УДК 536.24

РАСЧЕТ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ

Ю.В. ВИДИН, В.С. ЗЛОБИН, Р.В. КАЗАКОВ

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Одной из проблем, которые возникают при конструировании теплообменных аппаратов, работающих при повышенных температурах, является создание эффективных методов расчета процессов нагрева теплоносителей. Трудность здесь заключается в том, что с ростом температуры греющей среды механизм конвективного переноса значительно усиливается радиационным переносом, и тепловой поток на наружной поверхности стенок канала становится нелинейной функцией температуры этой поверхности. В данной статье предлагается способ, позволяющий оценить действительное температурное поле как "сверху", так и "снизу". При этом качество решения оценивается шириной граничного интервала; чем меньше интервал между такими граничными функциями, тем, с инженерной точки зрения, выше качество рекомендуемого метода.

Ключевые слова: лучистый теплообмен, ламинарное течение, теплоперенос, распределение температуры.

При проектировании высокотемпературных теплообменных аппаратов важной задачей является расчет изменения температуры жидкости, движущейся в канале [1]. Если отвод тепла с наружной поверхности канала происходит лучистым путем, то тепловой поток оказывается нелинейной функцией температуры стенки [2]. Для ламинарного режима течения подобная математическая задача может быть представлена в следующем безразмерном виде:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\psi^2}+\frac{\Gamma}{\psi}\frac{\partial\theta}{\partial\psi}=\left(1-\psi^2\right)\frac{\partial\theta}{\partial X}, \tag{1}$$

$$0\le\psi\le1;\ 0\le X<\infty,$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\psi}=0 \text{ при } \psi=0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\psi}=-Sk\theta^4 \text{ при } \psi=1, \tag{3}$$

$$\theta=1 \text{ при } X=0. \tag{4}$$

Здесь для плоского канала $\Gamma=0$, а для круглого $\Gamma=1$. Существенная нелинейность граничного условия (3) не позволяет решить данную задачу строго аналитическим методом. Поэтому в рассматриваемом случае целесообразно разработать способ, позволяющий оценить действительное температурное поле как "сверху", так и "снизу". При этом естественно, что чем будет меньше интервал между такими граничными функциями, тем, с инженерной точки зрения, выше качество рекомендуемого метода. При этом важной особенностью такого подхода следует считать доступность расчетных математических зависимостей. Исходя из подобных соображений, применительно к сформулированной задаче (1) − (4) можно предложить следующий алгоритм решения. Сравнительно простая аналитическая зависимость для оценки реального распределения температуры $\theta = \theta(\psi, X)$ с верхней стороны может быть найдена, если воспользоваться методом интегрального линеаризующего преобразования [2, 3]. Согласно ему нужно ввести в данном случае новую зависимую переменную на основе соотношения

$$\vartheta(\psi, X) = -\frac{1}{3}\theta^{-3}(\psi, X). \tag{5}$$

Тогда исходная система (1)−(4) для новой переменной ϑ запишется следующим образом:

$$\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\psi^2} + \frac{\Gamma}{\psi}\frac{\partial\vartheta}{\partial\psi} + 4\theta^3\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\psi}\right)^2 = \left(1-\psi^2\right)\frac{\partial\vartheta}{\partial X}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\psi} = 0 \quad \text{при} \quad \psi = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\psi} = -Sk \quad \text{при} \quad \psi = 1, \tag{8}$$

$$\vartheta = \vartheta_0 = -\frac{1}{3} \quad \text{при} \quad X = 0. \tag{9}$$

Таким образом, нелинейность удалось перевести из граничного условия в дифференциальное уравнение энергии. Нелинейная функция в уравнении (6) $F(\psi, X) = 4\theta^3\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\psi}\right)^2$ может рассматриваться как некоторый внутренний источник энергии переменной мощности как в радиальном, так и в осевом направлении канала. Если пренебречь этим слагаемым в уравнении (6), то задача оказывается линейной и ее решение хорошо известно [1, 2]:

для плоского канала ($\Gamma = 0$)

$$\vartheta = \vartheta_0 - 2Sk\left[H + \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_n(\psi)\exp\left(-\mu_n^2 X\right)\right], \tag{10}$$

где $H = \frac{4}{3}X + \frac{3}{8}\psi^2 - \frac{1}{16}\psi^4 - \frac{39}{560}$;

для круглого канала ($\Gamma = 1$)

$$\vartheta(\psi, X) = \vartheta_0 - 2Sk\left[P + \sum_{n=1}^{\infty} B_n M_n(\psi)\exp\left(-\beta_n^2 X\right)\right], \tag{11}$$

где $P = 2X + \frac{1}{2}\psi^2 - \frac{1}{8}\psi^4 - \frac{7}{48}$.

В работе [1] приведены таблицы и формулы для нахождения значений A_n, μ_n, и $K_n(1)$, а также подробные таблицы и зависимости для расчета B_n, β_n и $M_n(1)$. Следует отметить, что бесконечные ряды в выражениях (10) и (11) являются быстросходящимися и, начиная с некоторой величины осевой координаты $X > 0{,}1$, ими можно полностью пренебречь. Тогда решения (10) и (11) оказываются весьма простыми и удобными для использования их в инженерных расчетах. Подставляя (10) и

(11) в (5), нетрудно получить конечные зависимости для вычисления верхней границы искомого распределения температуры:

для плоского канала

$$\theta\left(\psi, X\right) = \sqrt[3]{\frac{1}{1 + 6Sk\left[H + \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_n\left(\psi\right)\exp\left(-\mu_n^2 X\right)\right]}}, \tag{12}$$

для круглого канала

$$\theta\left(\psi, X\right) = \sqrt[3]{\frac{1}{1 + 6Sk\left[P + \sum_{n=1}^{\infty} B_n M_n\left(\psi\right)\exp\left(-\beta_n^2 X\right)\right]}}. \tag{13}$$

Соотношения (12) и (13) позволяют оценить истинное распределение температуры в каналах $\theta\left(\psi, X\right)$ с максимальной стороны. Это обусловлено тем, что отбрасывание нелинейного члена $F\left(\psi, X\right)$ в преобразованном дифференциальном уравнении (6) приводит к занижению получаемой при интегрировании задачи (6) – (9) функции $\vartheta\left(\psi, X\right)$. Это, в свою очередь, как следует из равенства (5), дает завышенную величину $\theta\left(\psi, X\right)$.

С другой стороны, если нелинейное граничное условие (3) заменить линейным, т.е. допустить, что имеет место условие

$$\frac{\partial\theta}{\partial\psi} = -Sk\theta \quad \text{при} \quad \psi = 1, \tag{14}$$

то тогда удается установить нижнюю границу для искомого поля температуры. Переход от (3) к записи (14), с физической точки зрения, означает, что лучистый теплоотвод от поверхности канала заменяется на фиктивный конвективный. Так как температура поверхности канала, согласно постановке рассматриваемой задачи, монотонно снижается вдоль осевой координаты *X*, то очевидно, что будет иметь место $\theta\left(\psi = 1, X\right) > \theta^4\left(\psi = 1, X\right)$, за исключением входа в канал, где $X = 0$. Поэтому при действии условия (14) происходит более интенсивное охлаждение жидкости при ее продвижении в трубе, чем при граничном условии (3). Следовательно, аналитическое решение задачи (1), (2), (14) и (4) позволяет найти нижнюю оценку для фактического поля температуры. Решение системы (1), (2), (14) и (4) известно и имеет вид бесконечного ряда [1, 2]:

$$\theta_{\text{наим}} = \sum_{m=1}^{\infty} C_n N_n\left(\psi\right)\exp\left(-\varepsilon_n^2 X\right), \tag{15}$$

где коэффициенты бесконечной суммы C_n, собственные функции $N_n\left(\psi\right)$ и собственные числа ε_n могут быть найдены с помощью подробных таблиц, приведенных в работе [2].

Выводы.

Таким образом, получены сравнительно простые расчетные выражения для оценки сверху и снизу действительного распределения температуры. Интервал между этими граничными температурными функциями зависит от величины радиационного числа Старка *Sk*. Нетрудно показать, что чем меньше *Sk*, тем будет уже этот интервал.

При повышенных значениях Sk целесообразно несколько сузить поле между $\theta_{\text{наиб}}$ и $\theta_{\text{наим}}$. Это возможно осуществить, если вместо выражения (14) применить зависимость

$$\frac{\partial\theta}{\partial\psi} = -A \cdot Sk\left(A - \frac{A-1}{A}\right), \qquad (16)$$

где коэффициент $A \geq 1$.

Подбирая в каждом конкретном случае постоянную A, можно аппроксимировать комплекс θ^4 в граничном условии (3) более лучшим образом, чем с помощью формулы (14). Получить математическое решение линейной задачи (1), (2), (16), (4) не представляет сложности. Это решение при ($A > 1$) будет давать несколько более лучшую оценку снизу для $\theta(\psi, X)$. При выборе поправочного коэффициента A целесообразно руководствоваться следующим соображением. Выражение (16) сравнительно приемлемо приближается к условию (3) в интервале сужения температуры поверхности канала $1 \geq \theta_n \geq \theta_n^{'}$ поэтому должно приблизительно выполняться соотношение $\left(\theta_n^* - 1 + \frac{1}{A}\right) \approx \left(\theta_n^*\right)^4$. Отсюда можно подобрать наиболее оптимальную ее величину.

Summary

One of the main problems that occur during the design of the heat exchangers that operate at elevated temperatures is development of effective methods of calculation for heat carriers heating. The difficulty is that convective heat exchange mechanism with a rise in temperature of heat-carrying agent is strongly enhanced by radiative transfer, and heat flow on the outer channel surface becomes a non-linear function of the surface temperature. This article offers a method that allows evaluating real thermal field both "above" and "below". While, the solutions quality is estimated at width of boundary zone, the smaller interval between such boundary zones, the higher is the quality of the recommended method.

Key words: heat exchanger, high-temperature processes, thermal radiation heat exchanger, analytical calculations, nonlinear tasks, surface temperature, evaluation of t real thermal field "above", evaluation of real thermal field "below", eigen functions, eigen values.

Литература

1. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. Изд–во "Энергия", 1967. 411 с.
2. Видин Ю.В., Иванов В.В., Медведев Г.Г. Расчет теплообмена при ламинарном течении жидкости в каналах. Красноярск: Красноярский политехнический институт, 1971. 136 с.
3. Видин Ю.В., Иванов В.В., Казаков Р.В. Инженерные методы расчета задач теплообмена. Красноярск: СФУ, 2014. 165 с.
4. Сегал Б.И., Семендяев К.А. Пятизначные математические таблицы. М.: ГИФМЛ, 1962. 449 с.

Поступила в редакцию ***13 февраля 2015 г.***

Видин Юрий Владимирович – канд. техн. наук, профессор кафедры «Тепловые электрические станции» (ТЭС) Политехнического института Сибирского федерального университета (СФУ). Тел: 8(391)249-74-13. E-mail: roman.kazakov@list.ru.

Злобин Виктор Семенович – канд. техн. наук, доцент кафедры «Тепловые электрические станции» (ТЭС) Политехнического института Сибирского федерального университета (СФУ). Тел: 8(931)519-40-71. E-mail: zlobinsfu@mail.ru.

Казаков Роман Владимирович – канд. техн. наук, доцент кафедры «Тепловые электрические станции» (ТЭС) Политехнического института Сибирского федерального университета (СФУ). Тел: 8(913)597-19-50. E-mail: roman.kazakov@list.ru.