



К ПРОБЛЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХФАЗНОЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

Т.Т. Оморов., Б.К. Такырбашев., Р.Ч. Осмонова

Национальная академия наук, г. Бишкек, Кыргызская Республика

ORCID:<http://orcid.org/0000-0002-5902-0220>, omorovtt@mail.ru

Резюме: Рассматривается несимметричная распределительная электрическая сеть в условиях функционирования автоматизированной системы контроля и учета электроэнергии (АСКУЭ). Сформулирована задача идентификации ее математической модели в комплексной форме, которая сводится к определению фазовых сдвигов переменных (токов, напряжений), определяющих электрическое состояние трехфазной сети. Предложен метод ее решения, основанный на математических соотношениях, описывающих функциональные связи между переменными состояниями, и использовании алгоритмов параметрической оптимизации. Реализация процедуры идентификации модели распределительной сети осуществляется с непосредственным использованием исходных данных, полученных по каналам связи с абонентских счетчиков электроэнергии. Метод можно использовать для решения ряда функциональных задач в составе АСКУЭ, ориентированных для диагностики состояний магистральной линии и мониторинга потерь электроэнергии в распределительной сети.

Ключевые слова: трехфазная сеть несимметрия токов и напряжений, параметрическая оптимизация, модель распределительной сети.

Для цитирования: Оморов ТТ, Такырбашев БК., Осмонова РЧ. К проблеме математического моделирования трехфазной несимметричной распределительной сети // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2020. Т. 22. № 1. С. 93-102. doi:10.30724/1998-9903-2020-22-1-93-102.

TO THE PROBLEM OF MATHEMATICAL MODELLING OF THE THREE-PHASE ASYMMETRICAL DISTRIBUTION NETWORK

Omorov TT, Takyrbashev BK, Osmonova RCh

National Academy of Sciences,

Bishkek, Kyrgyz republic

ORCID:<http://orcid.org/0000-0002-5902-0220>, omorovtt@mail.ru

Abstract: The asymmetrical distribution electric network is considered in the conditions of functioning of the automated meter reading and control system (AMRCS). The problem of identification of its mathematical model in a complex form which comes down to definition of phase shifts of the variables (currents, tension) defining an electric status of three-phase network is formulated. The method of its solution based on the mathematical ratios describing functional communications between state variables and use of algorithms of parameter optimization is offered. The realization of identification procedure of model of a distribution network is enabled with direct use of the basic data obtained on communication channels from subscriber's meters of the electric power. The method can be used for a solution of a number of functional tasks as a part of the AMRCS oriented for diagnostics of statuses of a trunk line and energy losses in a distribution network.

Keywords: three-phase network, asymmetry of currents and tension, parameter optimization, model of a distribution network.

For citation: Omorov TT, Takyrbashev BK, Osmonova RCh. To the problem of mathematical modelling of the three-phase asymmetrical distribution network. *Power engineering: research, equipment, technology*. 2020;22(1):93-102. doi:10.30724/1998-9903-2020-22-1-93-102.

Введение

В настоящее время в целях автоматизации распределительных электрических сетей (РЭС) напряжением 0,4 кВ широкое применение находят цифровые технологии в виде автоматизированных систем контроля и учета электроэнергии (АСКУЭ) [1]. Анализ показывает, что современные АСКУЭ, главным образом, предназначены для выполнения коммерческого учета электроэнергии, а ряд важных функциональных задач в их составе практически не решаются. В частности, это задачи диагностики состояний магистральной линии, включающие идентификацию несанкционированных отборов электроэнергии [2], обрывов силовых линий электропередач [3-5] и уровня износа магистральных линий РЭС. Также важным является решение задачи оптимизации режимов работы распределительных сетей, функционирующих в условиях несимметрии токов и напряжений [6-8], за счет симметрирования фазных нагрузок [9-12], что приводит к снижению технических потерь электроэнергии в сети. Таким образом, в существующих АСКУЭ не удается в полной мере использовать потенциальные возможности цифровых технологий, что не позволяет достичь достаточно высокий уровень технико-экономических показателей внедряемых автоматизированных систем и распределительных компаний. В связи с этим актуальным является разработка новых математических моделей и методов, ориентированных для повышения эффективности современных АСКУЭ. Они должны быть адаптированы к условиям работы РЭС с учетом фактора несимметрии. Известные подходы к идентификации моделей распределительных сетей [13-16] в условиях несимметрии токов и напряжений в недостаточной степени адаптированы для их применения в режиме реального времени.

В данной статье предлагается метод идентификации математической модели несимметричной РЭС, вычислительная схема которого базируется на измерительных данных АСКУЭ, полученных по каналам связи с абонентских счетчиков электроэнергии.

Постановка задачи

В качестве объекта рассматривается четырехпроводная РЭС, расчетная схема которой показана на рис.1.

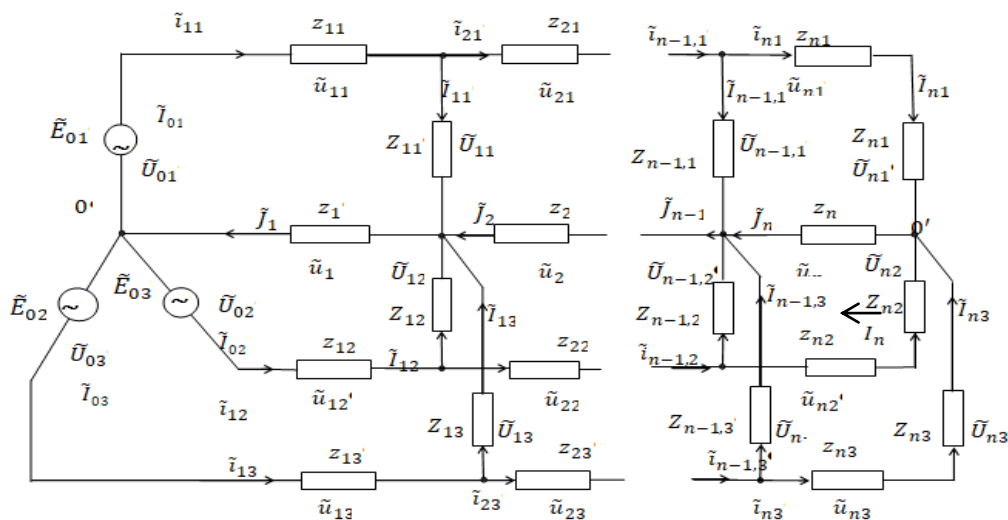


Рис.1. Расчетная схема трехфазной сети

Обозначения имеют следующий смысл: k, v – индексные переменные, обозначающие соответственно номера фаз A, B, C ($k = \overline{1, 3}$) и электрических контуров сети ($v = \overline{1, n}$); \tilde{E}_{0k} – ЭДС k -ой фазы; \tilde{U}_{0k} , $\tilde{I}_{0k} = \tilde{I}_{1k}$ – мгновенные синусоидальные напряжения и токи соответственно на входах соответствующих фаз; \tilde{I}_{vk} , \tilde{U}_{vk} , Z_{vk} – синусоидальные мгновенные ток, напряжение и сопротивление нагрузки (электроприемника) с координатой (vk); \tilde{I}_{vk} , z_{vk} – мгновенный ток и комплексное сопротивление v -го межабонентского участка (МАУ) k -ой фазы; \tilde{U}_{vk} , \tilde{I}_{vk} – напряжения соответственно на v -ом МАУ k -й фазы и нейтрального провода; \tilde{J}_v , z_v – мгновенный ток и комплексное сопротивление v -го участка нейтрального провода.

Далее предполагается, что выполняются следующие условия:

- распределительная сеть функционирует в штатном режиме;
- фазные и нейтральные провода сети имеют разные сечения;
- в системе используются технические средства для подавления высших гармонических составляющих токов и напряжений в сети;
- со счетчиков электроэнергии, установленных у абонентов сети и в трансформаторной подстанции, в базу данных АСКУЭ по каналам связи в дискретные моменты времени $t \in [t_\xi, t_{\xi+1}]$ с шагом дискретизации $\Delta t_\xi = t_{\xi+1} - t_\xi$ ($\xi = 1, 2, \dots$) поступают следующие данные:
- действующие значения токов I_{vk} и напряжений U_{vk} на нагрузках сети;
- коэффициенты мощности $c_{vk} = \cos \varphi_{vk}$, определяемые фазовыми сдвигами φ_{vk} между соответствующими напряжениями \tilde{U}_{vk} и токами \tilde{I}_{vk} $k = \overline{1, 3}$, $v = \overline{0, n}$.

Как известно, мгновенные синусоидальные переменные трехфазной сети ($\tilde{I}_{vk}, \tilde{U}_{vk}, \tilde{i}_{vk}, \tilde{j}_v$) и сопротивления на нагрузках (z_{vk}) в установившемся режиме можно представить в комплексной форме [14]:

$$\dot{I}_{vk} = I_{vk} e^{j(\beta_k + \alpha_{vk})} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{vk} &= U_{vk} e^{j(\beta_k + \psi_{vk})} \\ z_{vk} &= \bar{z}_{vk} e^{j\varphi_{vk}}, \quad v = \overline{0, n}, \quad k = \overline{1, 3} \\ i_{vk} &= I_{vk} e^{j(\beta_{vk} + \tilde{\alpha}_{vk})}, \\ \dot{j}_v &= i_{v1} + i_{v2} + i_{v3}, \quad v = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $I_{vk}, U_{vk}, \bar{z}_{vk}, l_{vk}$ – модули комплексных переменных $\dot{I}_{vk}, \dot{U}_{vk}, z_{vk}, i_{vk}$ соответственно; $\alpha_{vk}, \psi_{vk}, \tilde{\alpha}_{vk}$ – приращения фазовых сдвигов соответствующих токов и напряжений относительно их базовых значений β_k , обусловленные несимметрией токов и напряжений в сети. При этом:

$$\varphi_{vk} = \psi_{vk} - \alpha_{vk}, \quad \beta_k = 2(k-1)\pi/3.$$

Отметим, что действующие значения токов I_{vk} , напряжений U_{vk} , коэффициентов мощностей $c_{vk} = \cos \varphi_{vk}$ и модули сопротивлений \bar{z}_{vk} являются известными величинами, которые определяются по данным счетчиков электроэнергии АСКУЭ. Таким образом, из выражений (1) и (2) видно, что задача построения математической модели трехфазной сетив комплексной форме сводится к идентификации приращений фазовых сдвигов α_{vk} и $\tilde{\alpha}_{vk}$, а также действующих значений (модулей) I_{vk} межабонентских токов i_{vk} ($v = \overline{0, n}, k = \overline{1, 3}$).

Метод решения задачи

Решение сформулированной задачи включает следующие основные этапы:

- оценка разностей фазовых сдвигов;
- определение действующих значений межабонентских фазных токов;
- идентификация фазовых сдвигов переменных трехфазной сети.

Оценка разностей фазовых сдвигов. Предположим, что в момент времени $t \in [t_\xi, t_{\xi+1}]$ путем опроса счетчиков электроэнергии в базу данных АСКУЭ поступили данные измерений, перечень которых приведен выше. Рассмотрим фазы трехфазной сети, показанной на рис.1. Эквивалентные сопротивления k -й фазы $z_{0k}^{\text{ЭКВ}} = z_{0k}$ можно вычислить по данным головного трехфазного счетчика электроэнергии:

$$z_{0k}^{\text{ЭКВ}} = \frac{\dot{U}_{0k}}{\dot{I}_{0k}} = \bar{z}_{0k} e^{j\varphi_{0k}} = z_{0k}^{\text{Б}} + jz_{0k}^{\text{М}}, \quad (3)$$

где: \bar{Z}_{0k} , φ_{0k} , z_{0k}^B , z_{0k}^M – модуль, аргумент, вещественные и мнимые части комплексной величины $z_{0k}^{ЭKB}$ соответственно, определяемые по исходным данным задачи по формулам

$$\bar{Z}_{0k} = \frac{U_{0k}}{I_{0k}}, \quad \varphi_{0k} = \arccos c_{0k},$$

$$z_{0k}^B = \bar{Z}_{0k} \cos \varphi_{0k}, \quad z_{0k}^M = \bar{Z}_{0k} \sin \varphi_{0k}$$

С другой стороны для $Z_{0k}^{ЭKB}$ можно записать следующие выражения:

$$z_{0k}^{ЭKB} = z_{1k} + z_1 + z_{1k}^{ЭKB}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (4)$$

где:

$$z_{1k}^{ЭKB} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{0k}} = \frac{\dot{I}_{1k} Z_{1k}}{\dot{I}_{1k}}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (5)$$

Соотношения (4) с учетом выражения (5) можно записать в виде

$$\frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = A_{1k}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (6)$$

где: A_{1k} являются известными комплексными величинами, которые определяются по формулам

$$A_{1k} = \frac{z_{0k}^{ЭKB} - z_{1k} - z_1}{z_{1k}},$$

где: эквивалентные сопротивления $z_{0k}^{ЭKB}$ вычисляются по выражениям (3).

Равенства (6) с учетом (1) и (2) при $\nu = 1$ имеют вид

$$\frac{I_{1k} e^{j(\beta_k + \alpha_{1k})}}{I_{1k} e^{j(\beta_k + \tilde{\alpha}_{1k})}} = A_{1k}, \quad k = \overline{1, 3}$$

что эквивалентно соотношениям

$$e^{j\lambda_{1k}} = B_{1k}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (7)$$

где:

$$\lambda_{1k} = \alpha_{1k} - \tilde{\alpha}_{1k}, \quad (8)$$

$$B_{1k} = \frac{A_{1k} I_{1k}}{I_{1k}} = B_{1k}^B + jB_{1k}^M.$$

Теперь поставим задачу определения численных значений разностей фазовых сдвигов λ_{1k} . Для этой цели соотношения (7) запишем в тригонометрической форме:

$$\cos \lambda_{1k} + j \sin \lambda_{1k} = B_{1k}^B + jB_{1k}^M, \quad k = \overline{1, 3},$$

что эквивалентно следующим уравнениям относительно λ_{1k} :

$$\cos \lambda_{1k} = B_{1k}^B, \quad \sin \lambda_{1k} = B_{1k}^M, \quad k = \overline{1, 3}.$$

Отсюда получаем значения неизвестных величин λ_{1k} :

$$\lambda_{1k} = \arctg \frac{B_{1k}^M}{B_{1k}^B}, \quad k = \overline{1, 3}. \quad (9)$$

Определение действующих значений межабонентских фазных токов. Для этой цели будем использовать найденные выше оценки λ_{1k} определяемые формулами (9). Как видно из рис.1 комплексные токи i_{2k} , протекающие через соответствующие межабонентские фазные провода сети, при $\nu = 2$ определяются выражениями

$$i_{2k} = i_{1k} - \dot{I}_{1k}, \quad k = \overline{1, 3}. \quad (10)$$

При этом для квадратов модулей (действующих значений) I_{2k}^2 комплексных токов i_{2k} можно записать следующие формулы:

$$\begin{aligned} l_{1k}^2 &= (i_{1k} - I_{1k})(i_{1k} - I_{1k})^* = (i_{1k} - I_{1k})(i_{1k}^* - I_{1k}^*) = \\ &= i_{1k} i_{1k}^* + I_{1k} I_{1k}^* - (i_{1k} I_{1k}^* + I_{1k} i_{1k}^*), \quad k = \overline{1, 3}, \end{aligned} \quad (11)$$

– знак * обозначает комплексно-сопряженную величину соответствующей переменной. Нетрудно показать, что для их составляющих справедливы выражения:

$$\begin{aligned} i_{1k}^* i_{1k} &= l_{2k}^2, \quad I_{1k} I_{1k}^* = I_{2k}^2 \\ i_{1k} I_{1k}^* + I_{1k} i_{1k}^* &= I_{1k} I_{1k} (e^{j(\alpha_{1k} - \tilde{\alpha}_{1k})} + e^{-j(\alpha_{1k} - \tilde{\alpha}_{1k})}) = \\ &= I_{1k} I_{1k} (e^{j\lambda_{1k}} + e^{-j\lambda_{1k}}) = 2I_{1k} I_{1k} \cos \lambda_{1k}, \end{aligned}$$

где I_{1k}, I_{1k} – действующие значения токов, протекающих через соответствующие сопротивления Z_{1k} и z_{1k} .

В результате с учетом выражений (11) получаем формулы для оценки искомых действующих значений токов I_{2k} :

$$I_{2k} = \sqrt{I_{1k}^2 + I_{1k}^2 - 2I_{1k} I_{1k} \cos \lambda_{1k}}, \quad k = \overline{1, 3}. \quad (12)$$

Идентификация фазовых сдвигов переменных трехфазной сети. Для этой цели будем использовать балансовые соотношения (10), определяющие функциональные связи между межабонентскими фазными токами и токами соответствующих нагрузок. Равенства (10) с учетом выражений (1) и (2) запишем в виде

$$I_{2k} e^{j(\beta_k + \tilde{\alpha}_{2k})} = I_{1k} e^{j(\beta_k + \tilde{\alpha}_{1k})} - I_{1k} e^{j(\beta_k + \alpha_{1k})}, \quad k = \overline{1, 3},$$

что равносильно соотношениям

$$I_{2k} e^{j\tilde{\alpha}_{2k}} = I_{1k} e^{j\tilde{\alpha}_{1k}} - I_{1k} e^{j\alpha_{1k}}, \quad k = \overline{1, 3}, \quad (13)$$

Теперь из выражений (8) определяем α_{1k} :

$$\alpha_{1k} = \tilde{\alpha}_{1k} + \lambda_{1k}, \quad k = \overline{1, 3}. \quad (14)$$

Путем подстановки выражений для α_{1k} в соотношения (13) после несложных преобразований получаем

$$I_{1k} e^{j\tilde{\alpha}_{2k}} = F_{1k} e^{j\tilde{\alpha}_{1k}}, \quad k = \overline{1, 3},$$

где F_{1k} – известная комплексная величина, которая вычисляется по формуле

$$F_{1k} = I_{1k} - I_{1k} e^{j\lambda_{1k}} = F_{1k}^B + jF_{1k}^M.$$

где F_{1k}^B и F_{1k}^M – ее вещественные и мнимые части соответственно.

Для определения неизвестных величин α_{2k} и α_{1k} последние соотношения запишем в тригонометрической форме:

$$I_{1k} (\cos \tilde{\alpha}_{2k} + j \sin \tilde{\alpha}_{2k}) = (F_{1k}^B + jF_{1k}^M) (\cos \tilde{\alpha}_{1k} + j \sin \tilde{\alpha}_{1k}), \quad k = \overline{1, 3},$$

которые можно представить в виде:

$$\begin{aligned} I_{2k} \cos \tilde{\alpha}_{2k} + j I_{2k} \sin \tilde{\alpha}_{2k} &= \\ &= F_{1k}^B \cos \tilde{\alpha}_{1k} - F_{1k}^M \sin \tilde{\alpha}_{1k} + j(F_{1k}^B \sin \tilde{\alpha}_{1k} + F_{1k}^M \cos \tilde{\alpha}_{1k}), \quad k = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (15)$$

Теперь приравняв соответствующие вещественные и мнимые выражения левых и правых частей последних равенств, получаем систему алгебраических уравнений, относительно искомых приращений фазовых сдвигов $\tilde{\alpha}_{1k}$ и $\tilde{\alpha}_{2k}$:

$$\begin{aligned} I_{2k} \cos \tilde{\alpha}_{2k} &= F_{1k}^B \cos \tilde{\alpha}_{1k} - F_{1k}^M \sin \tilde{\alpha}_{1k}, \\ I_{2k} \sin \tilde{\alpha}_{2k} &= F_{1k}^B \sin \tilde{\alpha}_{1k} + F_{1k}^M \cos \tilde{\alpha}_{1k}, \quad k = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (16)$$

Соотношение (16) представляет собой систему уравнений относительно компонентов вектор-параметра $\alpha = [\tilde{\alpha}_{1k}, \tilde{\alpha}_{2k}]$, для решения которой можно использовать известные численные методы [17, 18]. Один из возможных алгоритмов ее решения приведен в Приложении 1. В результате неизвестные фазовые сдвиги α_{1k} вычисляются по формулам (14). Полученный результат позволяет определить все переменные состояния начальных

участков ($\nu = 1$) трехфазной сети в комплексной форме. При этом межабонентские фазные токи определяются по формулам (2), т.е.

$$i_{1k} = I_{1k} e^{j(\beta_k + \tilde{\alpha}_{1k})}, k = \overline{1, 3}. \quad (17)$$

а соответствующие напряжения

$$\begin{aligned} \dot{u}_{1k} &= i_{1k} z_{1k}, \\ \dot{U}_{0k} &= \dot{I}_{0k} z_{0k}^{\text{ЭКВ}} = i_{1k} z_{0k}^{\text{ЭКВ}}, \\ \dot{U}_{1k} &= \dot{I}_{1k} Z_{1k}, k = \overline{1, 3} \end{aligned} \quad (18)$$

Величина комплексного тока \dot{J}_1 , протекающего через начальный участок нулевого провода, вычисляется по следующей формуле:

$$\dot{J}_1 = i_{11} + i_{12} + i_{13},$$

а соответствующее напряжение

$$\dot{u}_1 = \dot{J}_1 z_1.$$

Далее рассматриваются участки трехфазной сети с координатами (2,k), т.е. при $\nu = 1$. При этом будем считать, что на основе изложенной выше вычислительной процедуры найдены приращения фазовых сдвигов $\tilde{\alpha}_{1k}$ для соответствующих межабонентских фазных токов \tilde{i}_{2k} и их действующие значения I_{2k} . Тогда в соответствии с выражениями (2) оценки комплексных токов \dot{i}_{2k} вычисляются по формулам

$$i_{2k} = I_{2k} e^{j(\beta_k + \tilde{\alpha}_{2k})}, k = \overline{1, 3}, \quad (19)$$

где I_{2k} определяются выражениями (12).

Далее по известным значениям токов i_{2k} определяем оценки соответствующих комплексных напряжений \dot{u}_{2k}, \dot{u}_2 и тока \dot{J}_2 , протекающего через второй участок нулевого провода. Величины напряжений \dot{U}_{2k} на нагрузках, имеющих сопротивления Z_{2k} , определяются из балансовых соотношений для вторых контуров трехфазной сети (рис.1):

$$\dot{U}_{2k} = \dot{U}_{1k} - \dot{u}_{2k} - \dot{u}_2 = U_{2k} e^{j(\beta_k + \psi_{2k})}, k = \overline{1, 3}. \quad (20)$$

Тогда комплексные токи \dot{I}_{2k} , протекающие через эти нагрузки Z_{2k} определяются по формулам

$$\dot{I}_{2k} = I_{2k} e^{j(\beta_k + \alpha_{2k})}, \quad (21)$$

где приращения фазовых сдвигов $\alpha_{2k} = \psi_{2k} + \varphi_{2k}$.

При этом значения межабонентских комплексных токов \dot{i}_{3k} вычисляются по выражениям (рис.1)

$$i_{3k} = i_{2k} - \dot{I}_{2k}, k = \overline{1, 3}. \quad (22)$$

знание которых позволяет оценить величины напряжений $\dot{u}_{3k}, \dot{u}_3, \dot{U}_{4k}$ и токов \dot{I}_{4k}, \dot{J}_3 определяющих состояния контуров сети с координатами (3, k).

Таким образом, продолжая изложенную выше вычислительную процедуру можно определить все комплексные переменные (токи, напряжения), определяющие электрическое состояние трехфазной сети, функционирующей в условиях несимметрии токов и напряжений.

Заключение

Предложен новый метод идентификации математической модели четырехпроводной распределительной электрической сети, функционирующей в условиях несимметрии токов и напряжений. При этом переменные модели (токи, напряжения) представляются в комплексной форме, а в качестве исходной информации используются данные АСКУЭ. Проблема идентификации модели сводится к определению фазовых сдвигов ее переменных, определяющих электрическое состояние трехфазной сети. Получены математические соотношения, описывающие функциональные связи между переменными состояниями и параметрами трехфазной сети, а также алгебраические уравнения относительно искомым фазовых сдвигов. Для их нахождения вводится и минимизируется специально построенная критериальная функция на основе решения системы

обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Полученные результаты ориентированы для решения задач диагностики состояний магистральной линии и мониторинга потерь электроэнергии в распределительной сети в составе АСКУЭ.

Приложение

Для решения системы уравнений (16) будем использовать методику, предложенную в [19, 20] для синтеза систем автоматического управления. В соответствии с этой методикой на основе соотношений (16) вначале определяются ошибки идентификации $E_1(\alpha)$ и $E_2(\alpha)$:

$$\begin{aligned} E_1(\alpha) &= l_{2k} \cos \alpha_{2k} - F_{1k}^B \cos \tilde{\alpha}_{1k} + F_{1k}^M \sin \tilde{\alpha}_{1k}, \\ E_2(\alpha) &= l_{2k} \sin \tilde{\alpha}_{2k} - F_{1k}^B \sin \tilde{\alpha}_{1k} + F_{1k}^M \cos \tilde{\alpha}_{1k}. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Далее для решения системы уравнений (П.1) в рассмотрение вводится квадратическая критериальная (штрафная) функция:

$$E(\alpha) = E_1^2(\alpha) + E_2^2(\alpha). \quad (\text{П.2})$$

В результате задача определения вектора $\alpha = [\tilde{\alpha}_{1k}, \tilde{\alpha}_{2k}]$, обеспечивающего решение системы уравнений (16), сводится к решению задачи минимизации:

$$\min_{\alpha \in R^2} E(\alpha) = E(\alpha^*), \quad (\text{П.3})$$

где R^2 – двумерное арифметическое пространство; $\alpha^* = [\tilde{\alpha}_{1k}^*, \tilde{\alpha}_{2k}^*]$ – вектор-параметр, обеспечивающий минимум критериальной функции $E(\alpha)$. Для того, чтобы найденный таким образом вектор-параметр α^* принять в качестве решения системы уравнений (16) достаточно выполнения следующего условия:

$$E(\alpha^*) < \delta, \quad (\text{П.4})$$

где δ – положительное число, близкое к нулю.

Для решения экстремальной задачи (П.4) используется следующее критериальное условие:

$$\int_0^t E \frac{dE}{dt} d\tau < 0, \quad (\text{П.5})$$

выполнение которого, обеспечивает минимизацию штрафной функции $E(\alpha)$ во времени t . Поиск искомых параметров на основе соотношений (П.5) осуществляется посредством уравнений адаптации компонентов вектора $\alpha = [\tilde{\alpha}_{1k}, \tilde{\alpha}_{2k}]$, во времени. Для получения этих уравнений вначале определяется производная штрафной функции:

$$\frac{dE}{dt} = 2E_1 \frac{dE_1}{dt} + 2E_2 \frac{dE_2}{dt} + 2E_3 \frac{dE_3}{dt}, \quad (\text{П.6})$$

При этом производные dE_1/dt , dE_2/dt и dE_3/dt можно вычислить на основе выражений (П.1):

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} &= (F_{1k}^B \sin \tilde{\alpha}_{1k} - F_{1k}^M \cos \tilde{\alpha}_{1k}) \frac{d\tilde{\alpha}_{1k}}{dt} - l_{2k} \sin \tilde{\alpha}_{2k} \frac{d\tilde{\alpha}_{2k}}{dt}, \\ \frac{dE_2}{dt} &= (F_{1k}^B \sin \tilde{\alpha}_{1k} - F_{1k}^M \cos \tilde{\alpha}_{1k}) \frac{d\tilde{\alpha}_{1k}}{dt} - l_{2k} \cos \tilde{\alpha}_{2k} \frac{d\tilde{\alpha}_{2k}}{dt}, \end{aligned}$$

Подставляя полученные производные в выражение для dE/dt , определяемое формулой (П.6), получаем

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= 2 \left[E_1 (F_{1k}^B \sin \tilde{\alpha}_{1k} - F_{1k}^M \cos \tilde{\alpha}_{1k}) + E_2 (F_{1k}^M \sin \tilde{\alpha}_{1k} - F_{1k}^B \cos \tilde{\alpha}_{1k}) \right] \frac{d\tilde{\alpha}_{1k}}{dt} + \\ &\quad 2 \left[E_2 l_{2k} \cos \tilde{\alpha}_{2k} - E_1 l_{2k} \sin \tilde{\alpha}_{2k} \right] \frac{d\tilde{\alpha}_{2k}}{dt}. \end{aligned}$$

Теперь подставляя выражение для dE/dt в соотношение (П.5) на основе методики, изложенной в [19, 20], получаем следующие уравнения адаптации компонентов искомого вектор-параметра α :

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\alpha}_{1k}}{dt} &= \gamma_1 f_{1k}(\alpha), \\ \frac{d\tilde{\alpha}_{2k}}{dt} &= \gamma_2 f_{2k}(\alpha), \\ \alpha^0 &= [\tilde{\alpha}_{1k}^0, \tilde{\alpha}_{2k}^0] \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

где α^0 значение вектора – параметра α в начальный момент времени $t_0 = 0$; $f_{1k}(\alpha)$, $f_{2k}(\alpha)$,
Функции определяемые по формулам:

$$f_{1k}(\alpha) = (E_1 F_{1k}^B + E_2 F_{1k}^M) \sin \tilde{\alpha}_{1k} - (E_1 F_{1k}^M + E_2 F_{1k}^B) \cos \tilde{\alpha}_{1k},$$
$$f_{2k}(\alpha) = E_1 l_{2k} \cos \tilde{\alpha}_{2k} - E_1 l_{2k} \sin \tilde{\alpha}_{2k},$$

где: γ_1, γ_2 – вещественные отрицательные числа, т.е. $\gamma_1 < 0, \gamma_2 < 0$.

Далее определяем установившиеся решения системы дифференциальных уравнений (П.7):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\alpha}_{1k} = \tilde{\alpha}_{1k}^*, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\alpha}_{2k} = \tilde{\alpha}_{2k}^*.$$

В результате при выполнении условия (П.4) компоненты найденного вектора $\alpha^* = [\tilde{\alpha}_{1k}^*, \tilde{\alpha}_{2k}^*]$ являются оценками искомых приращений фазовых сдвигов, т.е. $\tilde{\alpha}_{1k} = \tilde{\alpha}_{1k}^*, \tilde{\alpha}_{2k} = \tilde{\alpha}_{2k}^*$.

Литература

1. Еремина М.А. Развитие автоматических систем коммерческого учета энергоресурсов (АСКУЭ) // Молодой ученый. 2015. №3. С. 135-138.
2. Сапронов А.А., Кузнецов С.Л., Тынянский В.Г. Оперативное выявление неконтролируемого потребления электроэнергии в электрических сетях напряжением до 1 кВ // Известия вузов. Электромеханика. 2004. №1. С.55-58.
3. Ершов А.М., Филатов О.В., Молоток А.В. и др. Система защиты электрической сети напряжением 380В от обрывов воздушной линии // Электрический станции. 2016. №5. С.28-33.
4. Ключков А.Н. Устройство для обнаружения трехфазных сетей с обрывом фазного провода. Вестник Красноярского государственного аграрного университета. 2011. № 1. С. 221-223.
5. Оморев Т.Т., Такырбашев Б.К., Закиряев К.Э. К проблеме диагностики обрывов электрических линий трехфазных распределительных сетей в составе АСКУЭ // Электричество. 2018. №8. С.24-28.
6. Пономаренко О.И., Холиддинов И.Х. Влияние несимметричных режимов на потери мощности в электрических сетях распределенных систем электроснабжения // Энергетик. 2015. №12. С.6-8.
7. Косоухов Ф.Д., Васильев Н.В., Филиппов А.О. Снижение потерь от несимметрии токов и повышение качества электрической энергии в сетях 0,38 кВ с коммунально-бытовыми нагрузками // Электротехника. 2014. №6. С. 8-12.
8. Авербух М.А., Жилин Е.В. О потерях электроэнергии в системах электроснабжения индивидуального жилищного строительства // Энергетик. 2016. №6. С. 54-56.
9. Киселев М.Г., Лепанов М.Г. Симметрирование токов в сетях электроснабжения силовым электрическим регулятором неактивной мощности // Электротехника. 2018. №11. С.63-70.
10. Наумов И.В., Иванов Д.А., Подъячих С.В., и др. Симметрирующее устройство для трехфазных сетей с нулевым проводом. Патент № 2490768 РФ. Бюлл. № 23. 20.08.2013.
11. Оморев Т.Т. Симметрирование распределенной электрической сети методом цифрового регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19. № 3. С. 194-200.
12. Оморев Т.Т., Такырбашев Б.К. К проблеме оптимизации несимметричных режимов работы распределительных сетей // Приборы и системы: Управление, контроль, диагностика. 2016. №6. С.11-15.
13. Кочергин С.В., Кобелев А.В., Хребтов Н.А., и др. Моделирование сельских распределительных электрических сетей 10/0,4 кВ // Фрактальное моделирование. 2013. №1. С. 5-13.
14. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин А.В. Теоретические основы электротехники. Т.1. СПб.: Питер, 2009. 512 с.
15. Зеленский Е.Г., Кононов Ю.Г., Левченко И.И. Идентификация параметров распределительных сетей по синхронизированным измерениям токов и напряжений // Электротехника. 2016. №7. С. 3-8.
16. Степанов А.С., Степанов С.А., Костюкова С.С. Идентификация параметров моделей элементов электрических сетей на основе теоремы Теллегена // Электротехника. 2016. №7. С. 8-11.
17. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975. 632с.
18. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. М.: Наука, 1975. 319 с.
19. Оморев Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез законов управления взаимосвязанными электроприводами // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2009. №10. С. 10-13.

20. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез системы управления синхронным генератором // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2011. №1. С. 5-9.

Авторы публикации

Оморов Туратбек Турсунбекович – д-р техн. наук, член-корреспондент НАН КР, заведующий лабораторией «Адаптивные и интеллектуальные системы», Институт автоматики и информационных технологий, Национальная академия наук Кыргызской Республики (НАН КР).

Осмонова Рима Чынарбековна – млад. науч. сотр. лаборатории «Адаптивные и интеллектуальные системы», Институт автоматики и информационных технологий НАН КР.

Такырбашев Бейшеналы Касымалиевич – ведущий инженер лаборатории «Адаптивные и интеллектуальные системы», Институт автоматики и информационных технологий НАН КР.

References

1. Eremina MA. Development of automatic systems for commercial accounting of energy resources (AMRMS). *Molodoj uchenyj*. 2015;3:135-138.
2. Sapronov AA, Kuzhekov SL, Tynjanskij VG. Expedient identification of uncontrollable electricity consumption in electric networks up to 1 kV. *News of higher education institutions. Electromechanics*. 200;1:55-58.
3. Ershov AM, Filatov OV, Molotok AV. System of protection of an electrical network of 380B against breaks of an air-line. *Elektricheskie stancii*. 2016;5:28-33.
4. Klochov AN. The device for detection of three-phase networks with break of a phase wire. *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*. 2011;1:221-223.
5. Omorov TT, Takyrbashev BK, Zakiriyayev KE. On the Problem of Diagnosing Open-Circuit Faults of Electric Lines in Three-Phase Distribution Networks. *Electricity*. 2018;8:24-28.
6. Ponomarenko OI, Holiddinov II. Influence of the asymmetrical modes on losses of power in electrical networks of the distributed systems of power supply. *Energetik*. 2015;1:6-8.
7. Kosouhov FD, Vasilev NV, Filippov AO. Decrease in losses from asymmetry of currents and improvement of quality of electric energy in networks of 0,38 kV with household loadings. *Electrical Equipment*. 2014;6:8-12.
8. Averbuh MA, ZHilin EV. About losses of the electric power in systems of power supply of individual housing construction. *Energetik*. 2016;6:54-57.
9. Kiselev MG, Lapanov MG. Balancing currents in power supply networks with a power electric regulator of inactive power. *Elektrotehnika*. 2018;11:63-70.
10. Naumov IV, Ivanov DA, et al. *The symmetrizing device for three-phase networks with a zero wire*. Pat. № 2490768 (RF). Byull. № 23. 20.08.2013.
11. Omorov TT. Balancing of the Distributed Electrical Network by Method of Digital Regulation. *Mechatronics, automation, management*. 2018;19(3):194-200.
12. Omorov TT, Takyrbashev BK. To a problem of optimization of asymmetrical working hours of distributive networks. Devices and systems: *Management, Control, Diagnostics*. 2016;6:11-15.
13. Kochergin SV, Kobelev AV, Hrebtov NA, et al. Modeling of rural distributive electric networks 10/0,4 of kV. *Fractal simulation Publ*. 2013;15-13.
14. Demirchjan KS, Nejman LR, Korovkin AV. *Theoretical foundations of electrical engineering*. 2009;1:512.
15. Zelenskii EG, Kononov SA, Kostyukova SS. Identification of parameters of distribution networks by synchronized current and voltage measurements. *Russian Electrical Engineering*. 2016;87(7):363-368.
16. Stepanov AS, Stepanov SA, Kostyukova SS. Identification of parameters of models of electric network elements on the basis of tellegen's theorem. *Russian Electrical Engineering*. 2016;87(7):369-372.
17. Bahvalov NS. *Numerical methods*. M.: The science, 1975. 632p
18. Pshenichnyi BN, Danilin UM. *Numerical methods in extreme*. M.: The science, 1975. 319 p.
19. Omorov TT, Kojekova GA. Synthesis of the laws of control of the interconnected electric drivers. *Devices and systems: Management, Control, Diagnostics*. 2009;10:10-13.
20. Omorov TT, Kojekova GA. Synthesis of control system by the synchronous generator. *Devices and systems: Management, Control, Diagnostics*. 2011;5(91):5-9.

Authors of the publication

Turatbek T. Omorov – National Academy of Sciences, Bishkek, Kyrgyz republic.

Rima Ch. Osmonova – National Academy of Sciences, Bishkek, Kyrgyz republic.

Beishenaly Takyrbashev – National Academy of Sciences, Bishkek, Kyrgyz republic.

Поступила в редакцию

12 апреля 2019г.