

**НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ К ТЕОРИИ
ТЕМПЕРАТУРЫ “МОКРОГО ТЕРМОМЕТРА”****Р.П. ШПАКОВСКИЙ****Дзержинский политехнический институт Нижегородского государственного
технического университета им. Р.Е.Алексеева**

*Уточняются положения теории температуры “мокрого термометра”,
связанные также с её расчётным определением.*

*Ключевые слова: испарение, тепломассоперенос, “мокрый термометр”,
температура.*

1. Введение понятия температуры “мокрого термометра” первоначально целиком
обязано эмпирическим наблюдениям.

Довольно быстро стало понято, что ту же температуру, что и мокрый термометр
(т.е. термометр, непрерывно смачиваемый испаряющейся жидкостью), принимает при
соответствующих условиях поверхность испарения, например, поверхность влажного
материала в первом периоде сушки.

При наблюдениях за испарением воды в воздух отмечалось также примерное
постоянство температуры поверхности влажного материала по направлению газового
потока (в пределах точности наблюдений – примерно до одного градуса Цельсия) [1].

Но при этом возник вопрос, насколько наблюдаемые факты приемлемы к другим
системам.

С этим связан также вопрос о теоретическом определении температуры
“мокрого термометра” T_M .

Известная модель адиабатической камеры испарения во многом основывается на
указанной выше эмпирике. Некоторое улучшение этой модели представляла собой так
называемая “рейнольдсова” модель Д.Б. Сполдинга [2]: по существу – та же
адиабатическая камера испарения, но уменьшившаяся до размеров одного сечения.

Следующий этап в теоретическом определении T_M (при сохранении принципа
адиабатичности испарения) связан с представлениями о подобии процессов тепло- и
массопереноса в газовой фазе. Упрощенный подход к этому есть уже у О. Кришера [1],
рассматривавшего аналогию отдельных процессов тепло- и массоотдачи при
плоскопараллельном течении газового потока или чисто турбулентном обмене.

В монографии [3] авторы используют “плёночные” модели для указанных
процессов и далее ряд дополнительных допущений, что, в целом, однако сужает
теоретическую базу, а также заметно ограничивает возможности расчётного
определения указанной температуры. В итоге речь в [3] сводится снова к системе:
вода, испаряющаяся в воздух, причём для случая небольших разностей температур и
парциальных давлений пара между газовой фазой и поверхностью испарения.

Достаточно простым способом расчётного определения T_M представляется
возможность положить в его основу аналогию критериальных зависимостей тепло- и
массоотдачи, подтверждающуюся практически в такого рода процессах совместного
тепломассопереноса при испарении для различных систем [4]:

$$Nu_0 = A_0 Re^m Pr^n Gr^P \Psi, \quad (1)$$

$$(Nu_m c_{2w})_0 = A_0 Re^m Sc^n Gr^P \Psi. \quad (2)$$

При этом, как правило, в соответствующих критериальных уравнениях за определяющие берут условия в основном газовом потоке. Соответственно при этом числа Нуссельта для тепло- и массоотдачи:

$$Nu = \frac{ql}{\lambda_f (T_f - T_w)}; \quad Nu_m = \frac{j l}{(D\rho)_f (c_{1w} - c_{1f})},$$

где q – плотность потока от газовой фазы к поверхности испарения; j – плотность потока массы пара от поверхности испарения (согласно модели пограничного слоя) выражается в виде:

$$j = - \left(\frac{D\rho}{c_2} \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)_w, \quad (3)$$

т.е. с учётом Стефанова потока, поэтому аналогом теплового числа Нуссельта Nu становится диффузионный комплекс $Nu_m c_{2w}$; l – характерный (определяющий) размер; D – коэффициент взаимной диффузии; ρ – плотность; c – концентрация (мас. доля) компонента; λ – коэффициент теплопроводности; Ψ – фактор совместного тепломассопереноса, дополнительный к обычным числам подобия и одинаково влияющий на безразмерные функции Nu и $Nu_m c_{2w}$ (например, через параметр поперечного потока вещества $b = \frac{j}{(\alpha/c_p)_0}$; при $\Psi = 1$ об уравнениях (1), (2) можно

говорить соответственно как о критериальной зависимости для чистой теплоотдачи и соответствующей ей аналогии массоотдачи); α – коэффициент конвективной теплоотдачи от газового потока к обтекаемой поверхности; c_p – удельная изобарная теплоёмкость газовой фазы; y – координата, поперечная к поверхности испарения и направленная в газовую фазу.

Индексы: 1 – пар испаряющейся жидкости; 2 – второй (“инертный”) компонент парогазовой смеси; 0 – “стандартные” условия (аналогия тепло- и массоотдачи); w – состояние на поверхности испарения со стороны газовой фазы; f – основной газовый поток.

Уравнения (1) и (2) отличаются в правых частях только значениями чисел Прандтля Pr и Шмидта Sc . Поэтому

$$Nu / (Nu_m c_{2w}) = Le_f^n,$$

где число Льюиса $Le = Pr/Sc = D\rho c_p / \lambda$; (c_p – удельная изобарная теплоёмкость парогазовой смеси).

Вместе с условием адиабатичности процесса испарения:

$$q_{ж} = 0, \quad q = jr, \quad (4)$$

где $q_{ж}$ – плотность потока тепла от поверхности испарения в жидкую фазу; r – удельная теплота испарения, – это даёт возможность расчётного определения T_M по выражению

$$Dk / Le_f^n = 1. \quad (5)$$

При этом в данном случае

$$Dk = \frac{r}{c_{pf} (T_f - T_M)} \frac{c_{1M} - c_{1f}}{c_{2M}} Le_f, \quad (6)$$

индекс "м" у концентраций означает, что условия на поверхности испарения отвечают температуре "мокрого термометра".

Число Dk названо автором данной статьи в честь Г.К. Дьяконова.

В более общем случае (при $q_{ж} \neq 0$) комплекс Dk выглядит как [4]

$$Dk = \frac{r + q_{ж}/j}{T_f - T_w} \frac{c_{1w} - c_{1f}}{c_{2w}} \left(\frac{D\rho}{\lambda} \right)_f.$$

Используя условия (4) и (5), автором были проведены расчёты T_M для испарения в воздух ацетона, этанола и воды (для последней при изменении массовой доли паров воды в газовом потоке от 0 до 0,045 с интервалами, равными 0,005) при температурах воздуха от 20 до 160°C и общем давлении в газовом потоке 100 кПа. Эти данные были представлены графически в работе [5].

Расчёты по воде оказались близки известным экспериментальным данным и определению T_M по $I-d$ диаграмме влажного воздуха. Позднее расчёты для испарения воды в воздух при $c_{1f}=0$ были продолжены до температур $T_f=700^\circ\text{C}$ и сопоставлены с экспериментальными данными [6] по испарению капель воды.

Дополнительные расчёты T_M были проведены также для испарения в воздух бензола и сравнены с экспериментальными данными Ранца и Маршалла [7].

Сравнение указанных расчётов с экспериментальными данными показало их хорошее соответствие; определённые расхождения могут быть объяснены особенностями экспериментальных методик (см. [8]).

В Институте теплофизики СО РАН было проведено экспериментальное определение температуры небольших ватных шариков, смачивавшихся различными жидкостями (вода, этанол, ацетон, *n*-гептан), при их испарении в практически сухой воздух [9].

В частности, в этой статье приводятся свои опытные данные и данные из американской работы [10] по испарению ацетона в воздух, которые сравниваются с зависимостью (5) и с зависимостью, предлагаемой в работе [9]. Экспериментальные данные удовлетворительно согласуются с формулой (5) для определения T_M в интервале температур воздуха примерно от 30 до 130°C, при этом соответствие получалось лучше в области температур от 80°C и выше (т.е. для данных [10]).

Заметим, что с точки зрения теории вопроса расхождение с экспериментами при расчётном определении T_M по (5) и по зависимости, предлагаемой в [9], скорее должно было бы проявиться в области высоких температур воздуха, поскольку из-за соответствующего роста T_M становится более заметным различие состава парогазовой смеси на поверхности испарения и в газовом потоке и различие соответствующих чисел Льюиса.

Обратим внимание также на другие работы в этой области, выполнявшиеся в Институте теплофизики СО РАН [11,12].

Исследования автора данной статьи в части теоретического определения температуры "мокрого термометра" привели к необходимости уточнения самого этого понятия. В работах [5, 13] была предложена следующая дефиниция. Это асимптотическая температура, которую в процессе испарения со свободной поверхности приобретает некоторый, достаточно ограниченный объём жидкой фазы, включая саму поверхность испарения, если последняя омывается стационарным газовым потоком и находится с ним в процессе конвективного взаимодействия в отсутствие других способов подвода тепла. Объём жидкости изолирован от прочих

воздействий. На его свободной поверхности при установлении T_M выполняются соотношения (4) и условия подобия тепло- и массоотдачи в газовой фазе в процессе совместного тепломассопереноса.

При этом в работах [5,13] подобие процессов тепло- и массоотдачи принималось в смысле соотношений (1), (2), (5), что, как уже указывалось, давало расчётное определение T_M , вполне удовлетворительным образом совпадавшее с экспериментальными данными. Тем не менее, на наш взгляд, нельзя исключать полностью возможность соответствующих уточнений.

С другой стороны, и проведение экспериментальных определений T_M должно хорошо соответствовать её дефиниции. Последнему наиболее отвечает испарение капель, но опять-таки следует иметь в виду возможность появления при этом отклонений. Например, представляется очевидным, что капли очень малых размеров для легко испаряющихся жидкостей могут испариться, не дойдя до квазистационарного режима, отвечающего T_M .

Небезынтересным представляется применение дефиниции T_M к малоинтенсивным процессам испарения/сублимации. Были проведены расчёты для испарения нитробензола, анилина и сублимации нафталина в воздух примерно до температур $T_f=80^\circ\text{C}$. Вследствие низких значений концентраций насыщенного пара на поверхности испарения и условия адиабатичности, значения T_M оказываются сравнительно близки к температурам газового потока. Так, у нитробензола $T_M=70^\circ\text{C}$ при температуре воздуха $T_f=74^\circ\text{C}$. Для анилина $T_M=40^\circ\text{C}$, если $T_f=43^\circ\text{C}$, но при $T_f=82^\circ\text{C}$ различие уже заметно ($T_M=70^\circ\text{C}$).

2. Несмотря на эмпирическую “опору” в предложенном расчётном определении T_M [5], этот способ имеет серьёзные теоретические обоснования: ведь речь идёт о подобии самих явлений тепло- и массопереноса. Остановимся на этом подробнее.

Запишем в системе центра масс дифференциальные уравнения переноса энергии и массы пара применительно к стационарному процессу совместного тепломассопереноса при испарении с плоской поверхности в ламинарный пограничный слой парогазовой смеси [14,15]:

$$\rho c_p v_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + (c_{p1} - c_{p2}) D \rho \frac{\partial c_1}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\rho v_x \frac{\partial c_1}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial c_1}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \rho \frac{\partial c_1}{\partial y} \right). \quad (8)$$

Если в уравнениях (7), (8) перейти соответственно к безразмерным температурам $\tilde{T} = \frac{T - T_w}{T_f - T_w}$ и относительным концентрациям $\tilde{c}_1 = \frac{c_1 - c_{1w}}{c_{1f} - c_{1w}}$, то указанные уравнения

становятся тождественными при условиях: $c_p = \text{const}$ (тогда теплоёмкость c_p можно внести под знак производной $\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)$), а далее принять $\lambda/c_p = D\rho$, т.е. потребовать равенства числа Льюиса единице в любой точке пограничного слоя.

Приближённое постоянство по слою удельной теплоёмкости выполняется, если примерно равны теплоёмкости компонентов парогазовой смеси: $c_{p1} = c_{p2}$; при этом также совершенно выпадает из рассмотрения “несимметричный” второй член в правой части уравнения (7).

Роль этого члена может оказаться слабой также при относительно малом значении производной $\partial c_1 / \partial y$ (например, по сравнению с величиной стефанова потока).

В то же время тождественность дифференциальных уравнений ещё не означает тождественности (идентичности) решений соответствующих краевых задач: для этого необходима также одинаковость в постановке краевых условий.

Различают три основных вида краевых задач в зависимости от типа дифференциального уравнения [16]. Уравнения (7) и (8) относятся к параболическому (говорят также “квазипараболическому”) типу. Решение каждого из этих уравнений можно рассматривать по типу начальной задачи Коши.

В задаче Коши для дифференциального уравнения энергии при использовании в качестве функции (искомой величины) безразмерной температуры $\tilde{T}$ условия Коши можно задать следующим образом:

на поверхности испарения ($y=0$) $\tilde{T} = \tilde{T}_w = 0$, и должна быть задана величина производной на этой поверхности $\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right)_w$.

Аналогично в задаче Коши для дифференциального уравнения баланса массы пара должны быть заданы на поверхности испарения $\tilde{c}_{1w} = 0$ и величина производной $(\partial \tilde{c}_1 / \partial y)_w$.

В итоге для одинакового решения указанных задач Коши одним из необходимых условий является равенство производных: $(\partial \tilde{T} / \partial y)_w = (\partial \tilde{c}_1 / \partial y)_w$.

Однако в задаче совместного тепломассопереноса при испарении это соотношение отнюдь не тривиально, поскольку указанные производные связаны также балансовым соотношением на границе раздела фаз; последнее в общем случае можно записать в виде

$$q = jr + q_{ж}. \quad (9)$$

Согласно модели пограничного слоя плотность потока тепла от газовой фазы к поверхности испарения выражается как

$$q = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w, \quad (10)$$

плотность потока массы пара от поверхности испарения соответствует выражению (3).

(Можно полагать, что указанные выражения применимы как для ламинарного, так и турбулентного пограничного слоёв; т.е. в случае турбулентного пограничного слоя в них не включаем турбулентные аналоги коэффициентов переноса, считая что в этом случае непосредственно на поверхности фазового перехода существует вязкий подслой.)

С учётом выражений (3), (9), (10) и условия, что при достижении жидкостью температуры “мокрого термометра” тепловой поток в жидкую фазу отсутствует ($q_{ж}=0$), получим

$$\left(\frac{\partial \tilde{T} / \partial y}{\partial \tilde{c}_1 / \partial y} \right)_w = \frac{r}{c_{pw} (T_f - T_m)} \frac{c_{1w} - c_{1f}}{c_{2w}} Le_w, \quad (11)$$

где индекс "w" в том числе означает, что удельная теплоёмкость c_{pw} и критерий Льюиса Le_w берутся для газовой фазы при температуре (и на) поверхности испарения.

Именно этим собственно и отлична правая часть выражения (11) от предложенного выше для числа Dk выражения (6).

Если правая часть (11) равна единице, то выполняется и условие: $(\partial \tilde{T} / \partial y)_w = (\partial \tilde{c}_1 / \partial y)_w$, т.е. при этом идентичные по форме дифференциальные уравнения энергии и баланса массы пара должны давать и одинаковые распределения $\tilde{T}$ и $\tilde{c}_1$.

На первый взгляд, отсюда представляется более логичным рассматривать подобие процессов тепло- и массопереноса в газовой фазе через соответствующее число (Dk_w), отвечающее правой части выражения (11). Однако следует учесть, что идентичность дифференциальных уравнений энергии и баланса массы пара, как уже говорилось, требует также постоянства теплоёмкости ($c_{pw} = c_{pf} = c_p = \text{const}$) и равенства единице числа Льюиса по всему пограничному слою, т.е. при строгом подходе различия в указанных формах критерия Dk в этом случае просто не существует.

Вопрос о более "удачном" выборе формы Dk может возникнуть лишь при рассмотрении условий приближённого подобия.

Можно предположить, что приближённое подобие в распределениях безразмерных температур $\tilde{T}$ и относительных концентраций $\tilde{c}_1$ при числе Льюиса, не равном единице и переменном по слою (здесь заметную роль может сыграть переменность состава парогазовой смеси), достаточно хорошо учитывается некоторым определяющим значением этого числа.

Как уже было указано в первом пункте, данные говорят в пользу того, что выражения (5), (6) позволяют получать вполне удовлетворительное расчётное определение T_M .

(Заметим, что в более общем случае ($q_{ж} \neq 0$) комплекс Dk/Le_f^n успешно выполняет роль аргумента для функции $Nu_m c_{2w} / (Nu_m c_{2w})_0$, отражая в этом случае степень отклонения сопряжённого по фазам процесса от "стандартного", т.е. отвечающего условиям подобия [4, 8]).

3. При расчётном определении температуры "мокрого термометра" приходится принимать два, на первый взгляд, самостоятельных условия. Одно из них – условие адиабатичности (4), второе – условие подобия. В связи с этим возникает вопрос, а действительно ли в рассматриваемой проблеме эти условия независимы?

Ответ, на наш взгляд, даёт принцип минимума диссипации (ПМД). И ответ таков, что указанные условия в этом случае взаимосвязаны [17–19].

При условиях, отвечающих дефиниции температуры "мокрого термометра", в системе газовая среда–жидкость действие термических сил ("термического принуждения") на других (внешних) границах жидкой фазы отсутствует, либо отсутствуют сами эти границы: жидкость контактирует только с газовой фазой. При этом происходит подстройка диффузионного и теплового процессов в газовой фазе, стремящаяся сохранить минимум диссипации в каждой из указанных частей процесса (диффузионной и тепловой) такой же, как и в случае соответствующих отдельных процессов (с практической стороны параметр $b = \frac{j}{(\alpha / c_p)_0}$ при этом не должен

превысить величину 0,1); соответственно сохраняется подобие тепло- и массопереноса, аналогичное существующему при раздельных процессах тепло- и массоотдачи. Если же $b > 0,1$, то влияние поперечного потока вещества, связанное с “разбуханием” пограничного слоя, на распределения безразмерных температур и относительных концентраций ощутимо, но для процесса испарения остается практически симметричным, т.е. опять-таки выполняется условие подобия.

В работе [20] величина производства энтропии была рассмотрена в качестве функционала процесса совместного тепломассопереноса применительно к задаче о температуре “мокрого термометра”.

Производство энтропии σ_S в некотором объеме газовой фазы V связывалось с происходящими при этом процессами теплопроводности и диффузии следующим выражением [21]:

$$\sigma_S = - \int_V \left(\frac{\bar{q}}{T^2} \nabla T + \sum_i \bar{j}_i \nabla \frac{\mu_i}{T} \right) dV, \quad (12)$$

где $\bar{q}$ – плотность потока “тепла” (в которую в данном случае входит также перенос энтальпии диффузионными потоками компонентов); $\bar{j}_i$ – плотности диффузионных мольных потоков массы ($i=1,2$); μ_i – химический потенциал компонента, отнесенный здесь соответственно к молю данного компонента; T – абсолютная температура.

Используя химическую термодинамику и соотношения для бинарных смесей идеально-газовых компонентов, а также пренебрегая термодиффузионным эффектом и диффузионной теплопроводностью, переходили в случае одномерного представления к выражению

$$\sigma_S = \int_{y=0}^{y=a} \left(\frac{\lambda}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \frac{Dp}{Tx_1x_2} \left(\frac{\partial x_1}{\partial y} \right)^2 \right) dy, \quad (13)$$

где x_i – мольная (объёмная) доля компонента; p – общее давление парогазовой смеси. Координата $y=0$ относится к поверхности испарения; $y=a$ – координата, отвечающая основному газовому потоку.

К выражению (13) применяли условие transversальности на границе раздела фаз ($y=0$). Далее использовали также уравнение Клапейрона–Клаузиуса и, переходя от объёмных долей к массовым, получали

$$\left(\frac{\partial T / \partial y}{\partial c_1 / \partial y} \right)_w = - \left(\frac{Dp}{\lambda} \right)_w \frac{r}{c_{2w}}. \quad (14)$$

Последнее будет в точности соответствовать выражению (11), получаемому на основе уравнения баланса энергии на границе раздела фаз, если в уравнение (14) ввести в качестве масштабов отнесения “избыточных” температур и концентраций соответственно величины $(T_f - T_w)$ и $(c_{1f} - c_{1w})$.

Этот результат не изменится, если в качестве функционала рассматривать не производство энтропии, а выражение для величины энергии диссипации [8].

В случае задачи о температуре “мокрого термометра” величину энергии диссипации можно выразить так [18]:

$$E_{\text{дис}} = \int_V \left(\frac{\bar{q}}{T} \nabla T + \bar{j}_1 \nabla \mu_1 + \bar{j}_2 \nabla \mu_2 \right) dV, \quad (15)$$

где $\bar{q}$ – плотность потока энергии, передаваемого “чистой” теплопроводностью; $\bar{q}/T$ – соответствующая плотность потока энтропии (см. также следующий пункт).

В.К. Семенченко, в качестве автора вступительной статьи к книге [22], высказывался в том смысле, что развитие термодинамики необратимых процессов может привести к нахождению нового единого закона, включающего и закон сохранения энергии, и закон увеличения энтропии.

О связи двух принципов: ПМД и I закона термодинамики, т.е. принципа сохранения энергии, шла речь в работах [18, 23]. Там же говорилось, что ПМД, тесно связанный с понятием термодинамической необратимости, может рассматриваться как дальнейшее развитие идей II начала термодинамики.

В связи с настоящим рассмотрением представляется возможным конкретизировать некоторые моменты.

Так, как уже говорилось, соотношение (14) при переходе в нём к безразмерным температурам и относительным концентрациям в точности отвечает (11). Но при этом выражение (11) получали на основе уравнения баланса энергии на границе раздела фаз, которое в явном виде при выводе (14) было не задействовано.

Это означает, что соотношения, по сути выражающие принцип сохранения энергии, фактически уже должны содержаться в функционале типа (15) или соответствующем ему выражении для производства энтропии.

Связано это, на наш взгляд, со следующим.

Общая термодинамическая теория говорит о том, что величина образующейся энергии диссипации равна первично теряемой при этом возможной полезной работе (см., например, [23]); а это прямо связывает необратимые процессы с имеющим быть при этом балансом энергии.

В термодинамически обратимом процессе произведение $(\bar{q}/T)\nabla T$ давало бы величину полезной работы в элементарном цикле Карно, тогда как в необратимом процессе, каковым является теплопроводность, эта же величина представляет собой потерю, соответствующую величине энергии диссипации. Аналогичная ситуация с величинами типа $j_i \nabla \mu_i$, и т.п.

Условие трансверсальности, используемое в работе [20], вместе с уравнением Клапейрона–Клаузиуса, дающим дополнительную связь давления насыщения испаряющейся жидкости с температурой поверхности испарения, явно “обнаруживают” принцип сохранения энергии – в форме уравнения баланса энергии на границе раздела фаз.

(Заметим, что и сама указанная дополнительная связь получается термодинамически либо при использовании условия равенства химических потенциалов жидкой и паровой фазы на пограничной кривой, либо при рассмотрении элементарного обратимого цикла Карно, проводимого между пограничными линиями жидкости и пара. И то, и другое связано с рассмотрением потенциалов взаимодействия (химического – как потенциала переноса массы в диффузионных, химических и физико-химических процессах; температуры, являющейся потенциалом теплового взаимодействия; и давления – как потенциала механического взаимодействия).

Результат и в том, и в другом случае можно выразить в форме равенства количества теплоты $(s'' - s')dT$ работе $(v'' - v')dp$ (здесь: s – удельная энтропия; v – удельный объём; индексы: ' – пограничная линия жидкости, '' – пограничная линия пара)).

4. Определённые вопросы возникают в связи с переходом от химического потенциала как "массодвижущей силы" в процессе диффузии к его представлению через концентрации.

В работе [20], как уже отмечалось, на этом переходе потребовалось использовать соотношения для бинарных смесей идеально-газовых компонентов, а также пренебречь термодиффузионным эффектом и диффузионной теплопроводностью.

На наш взгляд, более общий феноменологический подход может базироваться на методике, используемой в [24]. Для производства энтропии g , отнесённой к единице объёма, в работе [24] получают следующий результат (приводим без учёта диссипации, связанной с внутренним вязкостным трением, и в отсутствие химических реакций):

$$g = -\frac{1}{T} \sum_i j_i \cdot \Lambda_i - \frac{1}{T^2} \bar{q} \cdot \nabla T, \quad (16)$$

где $\bar{q}$ – плотность потока энергии, передаваемого "чистой" теплопроводностью (в более общем случае в $\bar{q}$ возможно также включение лучистой составляющей), j_i – плотность диффузионного потока массы i -го компонента;

$$\Lambda_i = \frac{1}{m_i} \nabla \mu_i + \frac{S_i}{m_i} \nabla T, \quad (17)$$

S_i , m_i – соответственно парциальная энтропия и масса одного моля i -го компонента; μ_i – химический потенциал, относящийся также к молю данного компонента.

Выражение (17) записано без учёта возможного действия на диффузию внешних сил.

Рассматривая химический потенциал μ_i как функцию температуры T , чисел молей n_i каждого компонента смеси в единице её объёма и общего давления в смеси P , частные производные от μ_i по T и P можно выразить как

$$\left(\frac{\partial \mu_i}{\partial T} \right)_{P, n_j} = -S_i; \quad \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial P} \right)_{T, n_j} = V_i,$$

где V_i – парциальный мольный объём.

Это даёт возможность вместо (17) записать:

$$\Lambda_i = \frac{1}{m_i} \sum_j \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial n_j} \right)_{T, P} \nabla n_j + \frac{V_i}{m_i} \nabla P \quad (18)$$

В общем итоге этого рассмотрения в потоке энергии $\bar{q}$ оказывается исключённой та часть, которая обусловлена диффузией компонентов, а диффузионные потоки массы $\vec{j}_i$ оказываются (без учёта бародиффузии) вполне определённо связанными (через соответствующие коэффициенты) лишь с градиентом концентрации.

Заметим также, что вывод выражения для производства энтропии в работе [24] и других источниках базируется на балансовых уравнениях, в том числе балансе энтропии с учётом её производства, и термодинамическом тождестве (фактически другой форме уравнения сохранения энергии, в которую явно вводятся потенциалы взаимодействия и сопряжённые с ними субстраты переноса). Однако индуктивный (по данной методике) характер получения указанного выражения не снимает вопроса о возможности рассмотрения, в качестве исходного, функционала, напрямую базирующегося на ПМД (при соответствующем выборе термодинамических сил и потоков).

5. Условия (4), (5) в развёрнутом виде дают следующее выражение для определения температуры "мокрого термометра":

$$\frac{r}{T_f - T_M} \frac{c_{1M} - c_{1f}}{c_{2M}} \left(\frac{Dp}{\lambda} \right)_f^{1-n} = 1. \quad (19)$$

Построение по формуле (19) графических зависимостей $T_M = \varphi(T_f)$ для испарения в воздух воды, ацетона, этанола обнаруживает [5], что в широком диапазоне изменения температур соответствующие линии практически эквидистантны. Данное обстоятельство побудило нас к следующему.

Выразим производную $\partial T_f / \partial T_M$, полагая в (19) постоянными значения теплоты испарения r , общего давления парогазовой смеси $p = (p_1 + p_2)$ и комплекса $(Dp/\lambda)_f$. Положим также $c_{1f} = 0$. Тогда

$$\left(\frac{\partial T_f}{\partial T_M} \right) = 1 + \frac{rM_1}{M_2} \left(\frac{Dp}{\lambda} \right)_f^{1-n} \frac{p}{p_{2M}^2} \frac{\partial p_{1M}}{\partial T_M} = 1 - \frac{rM_1}{M_2} \left(\frac{Dp}{\lambda} \right)_f^{1-n} \frac{\partial (p_{2M}/p)^{-1}}{\partial T_M}, \quad (20)$$

где M_1, M_2 – молекулярные массы компонентов.

Соотношение (20) показывает, что при слабой зависимости давления насыщенного пара жидкости от температуры поверхности испарения, или, соответственно, при слабых изменениях парциального давления второго компонента, производная $\partial T_f / \partial T_M$ может быть близка к единице. И наоборот: при $p_{1M} \rightarrow p$, и соответственно $p_{2M} \rightarrow 0$, T_M стремится к температуре кипения при давлении p , производная $\partial T_f / \partial T_M$ стремится к бесконечности (соответственно $\partial T_M / \partial T_f$ стремится к нулю; т.е., строго говоря, температура кипения в рассматриваемом случае – чисто поверхностного испарения – не достигается). Можно полагать, что опыты, проводившиеся в условиях, близких к дефиниции T_M , подтверждают указанное обстоятельство; так в экспериментах [6] при температуре горячего воздуха 700°C температура испаряющейся капли воды была равна $78,5^\circ\text{C}$; по $I-d$ диаграмме влажного воздуха, дающей результаты, близкие к определению T_M по формуле (19), $T_M = 71^\circ\text{C}$.

Для зависимости $\partial p_{1M} / \partial T_M$ при условии, что состояние пара на поверхности испарения мало отличается от идеально-газового, а удельные объёмы пара много больше удельных объёмов жидкости, можно использовать приближённую форму уравнения Клапейрона-Клаузиуса:

$$\partial p_H / \partial T = r p_H / (R_1 T^2), \quad (21)$$

что совместно с выражением (20) даёт зависимость

$$\frac{\partial T_f}{\partial T_M} = 1 + \left(\frac{M_1 r}{T_M} \right)^2 \left(\frac{Dp}{\lambda} \right)_f^{1-n} \frac{p_{1M} p}{p_{2M}^2 M_2 R_\mu}, \quad (22)$$

где R_μ – универсальная газовая постоянная, $R_1 = R_\mu / M_1$.

При этом сделанные ранее выводы сохраняют свою силу.

Соотношение (21) можно представить также в виде $\partial \ln p_{1W} / \partial \ln T_W = r / (R_1 T_W)$, где правая часть представляет собой некоторый термодинамический критерий подобия. Последнее, очевидно, даёт возможность дополнительных достаточно общих корреляций между парциальными давлениями (или концентрациями) и температурой поверхности испарения и в этом плане "облегчает" появление частных эмпирических зависимостей для процессов испарения.

Наклоны кривых $T_M = \varphi(T_f)$ для различных жидкостей на графике, представленном в статье [5], отличаются не сильно и имеют тенденцию выравнивания с ростом T_f . Значения $\partial T_f / \partial T_M$ для ацетона, этанола, бензола и воды ($c_{1f} = 0$) при графическом дифференцировании для $T_f = 120^\circ\text{C}$ соответственно равны 6,5; 5,8; 6,0; 5,7. Расчёт для бензола для той же $T_f = 120^\circ\text{C}$ по выражению (20) даёт $\partial T_f / \partial T_M = 6,2$, а по выражению (22) значение, равное 5,9.

6. Как уже отмечалось в начале статьи, модель адиабатической камеры испарения основывается на эмпирических результатах по испарению воды в воздух.

При использовании этой модели для нахождения температуры "мокрого термометра" необходимо принимать также условие, что на очень большой длине камеры (теоретически бесконечной) температура газового потока, насыщающегося парами испаряющейся жидкости, становится равна температуре мокрого термометра, т.е. на этом пределе ($c_{1f} = c_{1M}$)

$$T_a = T_M = \text{const}, \quad (23)$$

где T_a – температура адиабатного насыщения газового потока парами испаряющейся жидкости.

Указанная модель также предполагает, что температура поверхности испарения, равная температуре мокрого термометра T_M , остается неизменной в течение этого процесса (что тоже отражено в выражении (23)).

В результате применения условия (23) вместе с условием адиабатичности камеры испарения, формулу для определения T_M можно получить в виде [5]

$$\frac{c_p' (T' - T_M)}{r} = x_M - x'. \quad (24)$$

Здесь $c_p' = c_v + x'c_p$ – удельная теплоёмкость парогазовой смеси на входе в камеру испарения; c_p – удельная теплоёмкость пара; c_v – удельная теплоёмкость второго компонента парогазовой смеси (например, воздуха); x' ; x_M – паросодержания, соответственно, на входе в камеру испарения и при температуре "мокрого термометра".

Если даже не обращать внимания на то, что модель камеры испарения совершенно не соответствует случаю внешней задачи (т.е. обтеканию поверхности испарения неограниченным газовым потоком), то и в этом случае остаётся вопрос, насколько сформулированные выше условия справедливы применительно к другим системам.

Сопоставительные расчёты для испарения в воздух ацетона с использованием условия (23) и по выражению (19) показывают, что возникающие расхождения достаточно заметны.

В то же время для испарения воды такие расчёты дают весьма близкие результаты. Причина заключается в двух обстоятельствах: во-первых, в близости при испарении воды в воздух числа Льюиса к единице. Второе важное обстоятельство заключается в том, что выражение (23) является некоторым эквивалентом (в общем случае достаточно приближительным) условию подобия процессов тепло- и массопереноса в процессе испарения.

Последнее наглядно видно при сопоставлении выражений (19) и (24).

Положим, что уравнение (19) отвечает локальному подобию тепло- и массопереноса в некотором сечении потока парогазовой смеси. Тогда из него следует, что в случае внешней задачи, когда определяющие условия (соответствующие индексу “f”) принято задавать во внешнем потоке, температура “мокрого термометра”, определённая по (19), остаётся одной и той же по всей длине обтекания. При этом также температурная разность $(T_f - T_M)$ пропорциональна разности концентраций $(c_{1M} - c_{1f})$ на всей длине обтекания поверхности испарения.

То же самое получаем, если для течения в канале, ограниченном стенками, за определяющие принимать условия на входе в канал.

Обычно же для течения в канале за определяющие принимают условия, отвечающие средним величинам в данном сечении. Если при этом $T_M = \text{const}$, а также $Le_f^{1-n} = \text{const}$ и теплоёмкости $c'_{pf} \approx c''_{pf} \approx c_{pf}$ (индексы ' и '' здесь означают любые два сечения газового потока), то из выражения (19) будет следовать пропорциональность между разностями температуры потока $(T'_f - T''_f)$ парогазовой смеси и соответствующих им разностям концентраций пара $(c''_{1f} - c'_{1f})$ в этих сечениях канала.

Если же принять, что сечение с индексом штрих – начальное сечение канала, а сечение с индексом два штриха – сечение, отвечающее адиабатному насыщению потока (индекс “a”), то будем иметь

$$T'_f - T_a = \frac{r}{c_{pf}} \frac{c_{1a} - c'_{1f}}{c_{2M}} Le_f^{1-n}.$$

Если последнее сравнить с исходным выражением (19), то получим

$$\frac{T'_f - T_M}{T'_f - T_a} = \frac{c_{1M} - c'_{1f}}{c_{1a} - c'_{1f}},$$

т.е. определение T_M через (19) при сформулированных выше применительно к камере испарения условиях ($T_M = \text{const}$; $D\rho/\lambda = \text{const}$) показывают, что температура мокрого термометра обязана быть равна температуре адиабатного насыщения газового потока.

На этом вопросе мы останавливаемся ещё и по той причине, что некоторые авторы данные понятия рассматривали как кардинально различные. Между тем, даже если не принимать условия постоянства T_M по длине камеры испарения, то и в этом случае чисто логически следует, что на пределе, т.е. в сечении, где температура газового потока становится равна температуре адиабатного насыщения, эта температура должна быть также равна температуре мокрого термометра в данном же сечении.

Действительно, предположим, что в этом сечении $T_a < T_M$. Однако это невозможно, так как газовый поток отдаёт тепло при монотонном уменьшении своей температуры, превышающей всё время температуру поверхности испарения.

Тогда предположим, что T_a может оказаться больше T_M . Однако и это невозможно, так как при этом давление насыщенных паров в потоке p_{1a} окажется больше их же давления на поверхности испарения p_{1M} , тогда как насыщение потока может сейчас идти лишь за счёт испарения с поверхности.

Остаётся единственное: на пределе адиабатного насыщения газового потока $T_a = T_M$.

Выводы

1. Предложенная автором дефиниция температуры “мокрого термометра” создаёт базу для её расчётного определения, учитывающего как адиабатический характер испарения, так и возникающее (в соответствии с действием принципа минимума диссипации) при установлении этой температуры подобие процессов тепло- и массоотдачи в газовой фазе.

2. Для идентичности решений при испарении задач тепло- и массопереноса в газовой фазе должны выполняться условия: $(\partial \tilde{T} / \partial y)_w = (\partial \tilde{c}_1 / \partial y)_w$, теплоёмкость парогазовой смеси постоянна, число Льюиса равняется единице.

В свою очередь, только строгое совпадение самих условно “разделённых” задач переноса тепла- и массы может обеспечить выполнение равенства производных безразмерных температур и относительных концентраций на поверхности фазового перехода.

3. Вопрос о более удачной форме используемого при определении температуры “мокрого термометра” числа Dk – по соотношению (6) или по (11), может возникнуть лишь при рассмотрении условий приближённого подобия тепло- и массопереноса.

Выражения (5), (6), использующие комплексный критерий Dk / Le_f^n , позволяют получить расчётное определение T_M , вполне удовлетворительно согласующееся с имеющимися экспериментальными данными.

4. Выражения, отвечающие величинам энергии диссипации или производства энтропии (12), (15), связаны с положениями II закона термодинамики. В то же время соответствующие им функционалы выражают принцип минимума диссипации.

С другой стороны, величины энергии диссипации эквивалентны возможной полезной работе, переходящей в энергию диссипации вследствие необратимости процесса переноса; т.е. указанные функционалы содержат в скрытой форме также и I закон термодинамики (закон сохранения энергии).

5. Согласно положениям термодинамики Онсагера, существует некоторая произвольность в выборе сопряжённых термодинамических потоков и обобщённых сил; важно, чтобы при этом удовлетворялась соответствующая форма выражения для производства энтропии.

Однако с позиций классической термодинамики имеет место вполне определённая связь между субстратом переноса и сопряжённой ему термодинамической силой (потенциалом переноса).

С этой точки зрения форма выражения для производства энтропии (16) представляется более предпочтительной. В свою очередь, далее представляет интерес, что соответствующий этой форме потенциал переноса диффузионного потока массы Λ_i “свёртывается” в выражение (18); т.е. в отсутствие бародиффузии диффузионные потоки массы в выражении для производства энтропии напрямую оказываются связанными с градиентами концентраций.

Индуктивный (по известным методикам) характер получения выражения для производства энтропии не снимает вопроса о возможности рассмотрения, в качестве исходного, функционала, напрямую базирующегося на ПМД.

6. Анализ выражения (20) для производной $\partial T_f / \partial T_M$ показывает, что при слабой зависимости давления насыщенного пара жидкости от температуры поверхности испарения производная $\partial T_f / \partial T_M$ может быть близка к единице. Но если p_{1M} стремится к общему давлению парогазовой смеси, то эта производная стремится к бесконечности, т.е. при некоторой фиксированной величине c_{1f} температура кипения в случае чисто поверхностного испарения не достигается.

Для исследовавшихся жидкостей (ацетона, этанола, бензола, воды) наклоны кривых $T_M = \varphi(T_f)$ при изменении температуры потока в пределах $20 \dots 160^\circ\text{C}$ отличаются не сильно и имеют тенденцию выравнивания с ростом T_f .

7. Для модели адиабатической камеры испарения при условиях, что в каждом сечении камеры (газового потока) $T_M = \text{const}$; $Dp/\lambda = \text{const}$, температура мокрого термометра должна быть равна температуре адиабатного насыщения потока. В то же время указанное равенство ($T_a = T_M$) должно выполняться на пределе адиабатного насыщения газового потока и при отсутствии указанных условий.

Summary

Clarifies the provisions of the theory of the temperature of the “wet bulb” also associated with the calculation definition.

Key words: *evaporation, heat-mass transfer, “wet bulb” temperature.*

Литература

1. Krischer O. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik. Berlin: Springer-Verlag, 1956.
2. Сполдинг Д.Б. Конвективный массоперенос. М. Л.: Энергия, 1965.
3. Sherwood T.K., Pigford R.L., Wilke C.R. Mass Transfer. New York: Mc Graw-Hill, 1975.
4. Шпаковский Р.П., Пастухова Г.В. Массотеплоотдача при испарении в газовый поток // Теор. основы хим. технол. 1998. Т.32, №3. С.256.
5. Шпаковский Р.П. К определению температуры “мокрого термометра” // Теор. основы хим. технол. 1995. Т.29, №3. С.330.
6. Полищук Д.И. Испарение капель воды при температурах среды, превышающих температуру кипения // Журн. техн. физ. 1953. Т. 2, вып. 12. С.2151.
7. Ranz W.E., Marshall W.R. Evaporation from drops // Chem. Eng. Progress.-1952. Vol.48, №3. P.141 and №4. P.173.
8. Шпаковский Р.П. Тепломассоперенос при испарении в газовый поток: монография // Н.Новгород: НГТУ им. Р.Е.Алексеева, 2013.
9. Лукашов В.В. К определению температуры поверхности испаряющейся жидкости // Теор. основы хим. технол. 2003.Т.37, №4. С.351.
10. Downing C.G. The Effect of Mass Transfer on Heat Transfer in the Evaporation of Drops of Pure Liquids. Ph. D. Thesis. Madison: Univ. Wisconsin, 1960.
11. Terekhov V.I., Shishkin N.E. An experimental heat and mass transfer study of binary liquid mixture droplets evaporating into air stream // Proc. of the 5th Baltic Heat Transfer conf. “Advances in Heat Transfer”, S.-Petersburg, Sept.19-21. 2007. V.2. P.317.

12. Терехов В.И., Терехов В.В., Би К.Ч. Экспериментальное и численное исследования нестационарного испарения капель жидкости // Инж.-физ. ж-л. 2010. Т.83, №3.
13. Шпаковский Р.П. Некоторые вопросы тепломассопереноса при испарении: Горький: Горьк. политех. ин-т, 1989. 43с. Деп. в ВИНТИ; № Гос. регистр. 01860006936.
14. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
15. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М.: Энергоиздат, 1981.
16. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.
17. Шпаковский Р.П. Принцип минимума диссипации // Матем. методы в технике и технол. ММТТ–22, Псков, 2009. Т.3. С.34.
18. Shpakovskii R.P. The Minimum Dissipation Principle and Heat-Mass-Transfer Problem // Journal of Engineering Thermophysics. 2010. Vol.19, No.1. PP.9-16.
19. Шпаковский Р.П. Принцип минимума диссипации и идентификация температуры поверхности испарения // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2012. №7-8. С.34-45.
20. Шпаковский Р.П. Производство энтропии и температура мокрого термометра // Теор. основы хим. технол. 2000. Т.34, №6. С.657.
21. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
22. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. М.: Мир, 1974.
23. Шпаковский Р.П. Техническая термодинамика. Н.Новгород: изд-во НГТУ им.Р.Е.Алексеева, 2009.
24. Цянь Сюэсень. Физическая механика. М.: Мир, 1965.

Поступила в редакцию

09 сентября 2015 г.

Шпаковский Ростислав Павлович – канд. техн. наук, доцент кафедры «Процессы и аппараты химической и пищевой технологии» Дзержинского политехнического института Нижегородского государственного технического университета (ДПИ НГТУ) им. Р.Е. Алексеева. Тел: 8(831)3224101. E-mail: rst-shp@list.ru.