## РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ



DOI:10.30724/1998-9903-2022-24-2-147-159

### МОДЕЛЬ ОПОРНОЙ НОГИ АНТРОПОМОРФНОГО РОБОТА ИЛИ ЭКЗОСКЕЛЕТА С ДВУМЯ ПОДВИЖНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

А.О. Блинов, А.В. Борисов, Л.В. Кончина, К.С. Маслова

филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Смоленске, г. Смоленск, Россия ORCID 0000-0002-7004-3140, borisowandrej@yandex.ru

Резюме: В настоящее время направление, связанное с разработкой экзоскелетов и антропоморфных роботов, испытывает бурный рост в связи с увеличением вычислительных мощностей микропроцессоров и прорывным развитием теории управления сложными системами, в том числе электромеханическими, моделирующими биомеханику опорно-двигательного аппарата человека. В данной работе представлена управляемая мехатронная робототехническая модель опорной ноги антропоморфного робота или экзоскелета с двумя подвижными звеньями. ЦЕЛЬ. Математическое моделирование динамики опорной ноги экзоскелета или антропоморфного механизма в виде двух подвижных звеньев. МЕТОДЫ. Основное отличие представленной в данном исследовании модели от созданных ранее заключается в использовании углов, отсчитываемых между звеньями, соответствующих случаю реальной работы электроприводов. Для достижения цели работы применены методы робототехники, математического моделирования, мехатроники, теоретической механики, исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, теории управления, эмпирические данные для опорно-двигательного аппарата человека. РЕЗУЛЬТАТЫ. Для модели механизма записана система уравнений Лагранжа второго рода, решены прямая и обратная задачи динамики при заданном программном управлении движением мехатронной робототехнической системы. Результаты представлены графически и в виде анимационной визуализации движения звеньев. Проведены расчеты как без учета динамики электроприводов, так и с учетом вращения роторов электродвигателей. Установлено, что влияние динамики ротора электродвигателя на механизм является существенным. ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Разработанные методы задания программного движения опорной ноги экзоскелета или антропоморфного робота позволили решить прямую и обратную задачи динамики и установить необходимость учета вращающегося ротора электродвигателя.

**Ключевые слова:** экзоскелет; опорно-двигательный аппарат человека; антропоморфный робот; шарнир; звено; угол поворота; уравнения движения; управляющие моменты; электропривод.

**Благодарности:** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда и Смоленской области в рамках научного проекта № 22-29-20308, https://rscf.ru/project/22-29-20308/

Для цитирования: Блинов А.О., Борисов А.В., Кончина Л.В., Маслова К.С. Модель опорной ноги антропоморфного робота или экзоскелета с двумя подвижными звеньями с учетом динамики электропривода // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2022. Т. 24. № 2. С. 147-159. doi:10.30724/1998-9903-2022-24-2-147-159.

# MODEL OF THE SUPPORTING LEG OF AN ANTHROPOMORPHOUS ROBOT OR EXOSKELETON WITH TWO MOVABLE LINKS TAKING INTO ACCOUNT THE DYNAMICS OF THE ELECTRIC DRIVE

AO. Blinov, AV. Borisov, LV. Konchina, KS. Maslova

Branch of the National Research University "MPEI" in Smolensk, Smolensk, Russia ORCID 0000-0002-7004-3140, borisowandrej@yandex.ru

Abstract: Currently, the direction associated with the development of exoskeletons and anthropomorphic robots is experiencing rapid growth due to the increase in the computing power of microprocessors and the breakthrough development of the theory of control of complex systems, including electromechanical systems that simulate the biomechanics of the human musculoskeletal system. This paper presents a controlled mechatronic robotic model of the support leg of an anthropomorphic robot or exoskeleton with two moving links. GOAL. Mathematical modeling of the dynamics of the supporting leg of an exoskeleton or an anthropomorphic mechanism in the form of two moving links. METHODS. The main difference between the model presented in this study and those created earlier is the use of angles counted between links corresponding to the case of real operation of electric drives. To achieve the goal of the work, the methods of robotics, mathematical modeling, mechatronics, theoretical mechanics, the study of systems of ordinary differential equations, control theory, empirical data for the human musculoskeletal system were applied. RESULTS. For the model of the mechanism, a system of Lagrange equations of the second kind is written, direct and inverse problems of dynamics are solved for a given program control of the motion of a mechatronic robotic system. The results are presented graphically and as an animated visualization of the movement of the links. Calculations were carried out both without taking into account the dynamics of electric drives, and taking into account the rotation of the rotors of electric motors. It has been established that the influence of the dynamics of the rotor of the electric motor on the mechanism is significant. CONCLUSION. The developed methods for setting the program movement of the supporting leg of an exoskeleton or an anthropomorphic robot made it possible to solve direct and inverse problems of dynamics and establish the need to take into account the rotating rotor of an electric motor.

**Keywords**: exoskeleton; human musculoskeletal system; anthropomorphic robot; hinge; link; angle of rotation; equations of motion; control moments; electric drive.

**Acknowledgments:** This work was supported by the Russian Science Foundation and Smolensk region № 22-29-20308, https://rscf.ru/en/project/22-29-20308/

*For citation:* Blinov AO, Borisov AV, Konchina LV, Maslova KS. Model of the supporting leg of an anthropomorphous robot or exoskeleton with two movable links taking into account the dynamics of the electric drive. *Power engineering: research, equipment, technology.* 2022;24(2):147-159. doi:10.30724/1998-9903-2022-24-2-147-159.

#### Введение

Проблемы разработки механических систем с изменяемой геометрией и связями становятся востребованными для реализации движения систем твердых тел под действием внутренних источников энергии и наложенных внутренних и внешних связей, которые обеспечивают преобразование внутренней энергии в целенаправленное движение. Создание полностью или частично автономных механических систем с изменяемой геометрией и связями — сложная задача механики и теории управления. В настоящее время разработаны различные модели механических систем антропоморфного типа и методы управления ими.

Научная значимость исследования заключается в создании методов моделирования антропоморфных электромеханических систем с управляемым изменением геометрии под действием внутренних усилий в виде моментов от электроприводов и внешних связей применительно к биомеханике движений человека в экзоскелете и антропоморфных

роботов с использованием углов, отсчитываемых между звеньями и синтезе новых алгоритмов управления целенаправленным движением.

Практическая значимость исследования заключается в создании комфортной окружающей среды для лиц с ограниченными двигательными возможностями. Экзоскелеты, являясь высокотехнологичной продукцией робототехники, позволят возвратить инвалидов к полноценной жизни, повысить их социальную и физическую адаптацию, эффективность работы организма в целом за счет вертикализации положения тела. В этом плане экзоскелет имеет не только медицинское, но важное и социальноэкономическое значение, позволяя социализировать в обществе и вернуть к активной полноценной трудовой деятельности инвалидов, ранее не имевших такой возможности. Применение экзоскелетов возможно в восстановительных и геронтологических центрах России для лечебного процесса пациентов с заболеваниями опорно-двигательного аппарата и для их использования медицинскими сестрами и врачами при уходе за лежачими больными. Экзоскелеты могут использоваться в быту и промышленности для улучшения качества жизни и работы людей, в тренировочном процессе, повышая спортивные достижения спортсменов нашей страны. При налаживании собственного производства в стране, массовое изготовление экзоскелетов приведет к развитию машиностроительного комплекса, электроники и других смежных областей отечественной промышленности.

#### Литературный обзор

Вопросами управления механическими системами занимаются как у нас в стране, так и за рубежом. В работе Виттенбурга Й. [1] рассматриваются вопросы динамики систем твердых тел. В исследованиях Вукобратовича М. решаются задачи управления манипуляционными и антропоморфными роботами [2, 3]. Работы Коренева Г.В. посвящены исследованию целенаправленного движения, в том числе и применительно к человеку [4, 5]. задачи динамики и управление движением механических рассматривались Галиуллиным А.С. [6]. Вопросам управления движением неустойчивых объектов, в том числе перевернутого маятника, посвящена работа Формальского А. М. [7]. Методы управления сложными нелинейными механическими системами рассмотрены в работах Черноусько Ф.Л., Ананьевского И.М., Решмина С.А., Болотника Н.Н. [8, 9]. Вопросы управления и стабилизации движений механических систем применительно к динамике экзоскелетов представлены в работах Борисова А.В., Мухарлямова Р.Г. Каспировича И.Е. [10-13]. Решение задач управления механическими системами можно найти в работах Борисова А.В., Розенблата Г.М., Кончиной Л.В. [14-16].

Практические исследования на данный момент наиболее активно ведутся в двух направлениях: 1) создание экзоскелетов; 2) создание антропоморфных роботов.

Над антропоморфными механизмами работают американские инженеры и ученые, многие при участии DARPA [17]. Так, в Массачусетском технологическом институте (MIT) совместно с DARPA [18] реализуется проект DARPA Robotics Challenge, в рамках которого разработан антропоморфный робот. В лаборатории Boston Dynamics [19] разрабатывается антропоморфный робот Atlas [20]. Модель управления роботом Atlas учитывает движения рук, корпуса и ног для манипуляций всем телом. Способность робота Atlas балансировать всем механизмом, как единым целым, позволяет ему выполнять требуемые задачи в пространстве, занимая лишь небольшую площадь. В Южной Корее создан антропоморфный робот DRC-Hubo [21], способный ходить на двух ногах, подниматься по лестницам и т.д., выполнять заданные действия. Его особенностью является наличие небольших колес на передней стороне «голени» в районе «коленки» и «стопы». Благодаря им, став на «колени», этот робот может достаточно быстро перемещаться по ровной поверхности. При возникновении необходимости преодоления препятствия он встает с «колен» на «ноги». В Японии много фирм занимаются разработкой антропоморфных роботов. Так, компания Honda создала робота-гуманоида Asimo [22]. Также разработаны вспомогательные устройства Stride Management Assist и Bodyweight Support Assist, облегчающее нагрузку на ноги человека во время ходьбы или выполнения трудовых операций [23]. Компания Тоуоta представила Romeo robot [24] на платформе антропоморфного робота NAO для использования в медицинских и геронтологических центрах при уходе за пациентами и пожилыми людьми. Также робот может применяться как личный помощник [25]. Фирма Носота [26] из Швейцарии создала мехатронное устройство Локомат (Lokomat),

представляющий собой роботизированный экзоскелет. Он применяется при реабилитации и восстановлении пациентов, имеющих заболевания опорно-двигательного аппарата. Компания Honda разработала вспомогательное робототехническое устройство Honda-Walk Assist And Mobility Devices [27]. Это портативный экзоскелет, который состоит из талии, являющейся рамой, к которой прикрепляются с обеих сторон бедра, предоставляющие по одной степени свободы. Фирма Ekso Bionics создала экзоскелет Ekso [28,29], представляющий собой бионический костюм, который позволяет людям с проблемами опорно-двигательного аппарата не только стоять, но и ходить. Эволюцией экзоскелетов являются мехатронные роботы, созданные Kazerooni H. [30]. Компания ReWalk Robotics создала роботизированный экзоскелет, который имеет четыре звена. Он программируется для заданного типа походки, чтобы реализовывать необходимую тренировку мышц пользователя [31]. Фирма Rex Bionics Group разработала мехатронный экзоскелет Rex [32], который реализует поддержку всей массы тела пользователя при равновесии без применения трости для дополнительной опоры.

Обзор имеющихся в настоящее время в открытом доступе роботизированных экзоскелетов показывает, что пока не имеется управляемых моделей с углами, отсчитываемыми между звеньями, учитывающих динамику вращающегося ротора электродвигателя.

#### Материалы и методы

Рассмотрим робототехническую мехатронную модель механизма в виде опорной ноги экзоскелета, которая состоит из двух подвижных звеньев. Углы отсчитываются между звеньями и описываются тремя системами координат – абсолютной и локальными (рис. 1). Введем абсолютную неподвижную декартову систему координат  $A_0xyz$ , с плоскостью  $xA_0y$ , в которой происходит движение опорной ноги экзоскелета (рис. 1). Для описания движения первого, нижнего звена  $A_0A_1$  введем подвижную локальную систему координат  $A_0x_1y_1$ , жестко связанную со звеном. Подвижную ось  $A_0x_1$  направим вдоль звена, ось  $A_0y_1$  введем, исходя из условия правого базиса. Аналогично локальная система координат вводится для второго звена. В отличие от предыдущих работ [14-16,33-37], углы отсчитываются между звеньями, т.е. между осями локальных систем координат против хода часовой стрелки от звена с меньшим номером, к звену с большим номером, а в случае первого звена - от абсолютной неподвижной системы координат к подвижной локальной системе, жестко связанной с первым звеном.

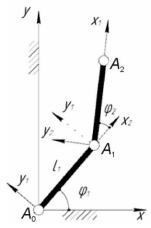


Рис. 1. Модель механизма с двумя подвижными Fig. 1. Model of a mechanism with two moving звеньями и локальными системами координат, движущегося в вертикальной плоскости

links and local coordinate systems moving in a vertical plane

Рассматриваемая модель механизма состоит из весомых звеньев, представляющих собой стержни (рис. 1). Звенья соединяются между собой посредством цилиндрических шарниров, расположенных в точках  $A_0$  и  $A_1$ . В точке  $A_0$  имеется цилиндрический шарнир жестко соединенный с опорой. Учитывая силу тяжести, реакции опоры и соседних стержней, а также внутренние управляющие усилия реализуются относительные повороты звеньев между собой вокруг каждой из осей координат, тем самым, при заданном должным образом управлении может быть реализовано требуемое движение всего механизма.

Длины звеньев:  $A_0A_1 = l_1$ ,  $A_1A_2 = l_2$ , представляющие собой прямолинейные стержни,

считаются неизменными во все время движения при любых прикладываемых усилиях. Масса первого звена  $A_0A_1$  равна  $m_1$ , второго звена  $A_1A_2$  равна  $m_2$ . Так как в выбранной модели механизма звенья представляют собой абсолютно твердые весомые стержни, то моменты инерции для них будут определены, как моменты инерции однородных твердых стержней. Тогда у первого звена  $A_0A_1$  момент инерции относительно оси, которая проходит через точку  $A_0$  перпендикулярно плоскости его движения  $x_1A_0y_1$ , обозначим  $I_1$ . В силу однородности стержня  $I_1 = m_1 l_1^{-2}/3$ . Аналогично вводится момент инерции для второго звена механизма относительно оси, проходящей через начало стержня.

Первое звено  $A_0A_1$  совершает вращательное движение в цилиндрическом шарнире  $A_0$ . Положение звена зависит от одного параметра и однозначно определяется углом  $\phi_1(t)$ . Обозначим через  $M_1$  управляющий момент в шарнире  $A_0$ .

Положение второго звена  $A_1A_2$ , совершающего плоскопараллельное движение, зависит от движения точки  $A_1$ , которую примем за полюс, и дополнительно от одного параметра — угла  $\phi_2(t)$ . Управляющий момент, развиваемый в шарнире  $A_1$ , обозначим через  $M_2$ .

Обобщенными координатами, которые однозначно характеризуют положение опорной ноги экзоскелета на плоскости, являются углы между осями координат (рис. 1):  $\phi_1(t)$ ,  $\phi_2(t)$ . Предложенная модель опорной ноги экзоскелета имеет две степени свободы. Чтобы реализовать управляемое движение необходимо использовать два независимых привода — для управления углом поворота каждого звена. Приводы могут быть различными: гидравлическими, пневматическими, электрическими. В дальнейшей работе предполагается использовать электрические двигатели. Для управления угловыми координатами электродвигатели будут работать в паре с редукторами, понижающими обороты и увеличивающими крутящие моменты.

Кинетическая энергия опорной ноги экзоскелета складывается из энергий движения стержней  $A_0A_1$ , и  $A_1A_2$ .

$$T = T_{A_0A_1} + T_{A_1A_2} = \frac{1}{2} \cdot \left[ (I_1 + I_2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 + (2I_2 + m_2 l_1 l_2 \cos \varphi_2) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + I_2 \dot{\varphi}_2^2 \right]$$
(1)

Выражение для кинетической энергии (1) получено следующим образом. Так как звено  $A_0A_1$  вращается около неподвижной оси, находящейся в цилиндрическом шарнире  $A_0$ , то его кинетическая энергия равна:  $T_{(A_0A_1)} = I_1\dot{\varphi}_1^2/2$ . Вследствие того, что звено  $A_1A_2$  совершает плоскопараллельное движение с полюсом  $A_1$ , кинетическая энергия вычисляется по формуле, приводящейся в работах [35, с. 157 и 48, с. 21]. Запишем эту формулу, в виде удобном для реализации в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica.

$$T_{A_1 A_2} = \frac{1}{2} \cdot \left[ m_2 (x_{A_1}^2 + y_{A_1}^2) + 2m_2 \begin{vmatrix} \dot{x}_{A_1} & \dot{y}_{A_1} & 0\\ 0 & 0 & \dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2\\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} + I_2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)^2 \right]$$
(2)

Здесь  $x_{A_1}$ ,  $y_{A_1}$  — координаты точки  $A_1$ , являющейся полюсом для рассматриваемого звена  $A_1A_2$ ;  $r_x$ ,  $r_y$  — проекции радиус-вектора центра масс звена  $A_1A_2$  относительно полюса  $A_1$ ,  $I_2$  — момент инерции звена относительно полюса, т.е. момент инерции стержня относительно его начала.

Формулу для кинетической энергии звена  $A_1A_2$  механизма можно получить, используя метод суммирования кинетических энергий бесконечно малых участков стержня, предложенный в работах [15,16,33].

$$T_{A_1 A_2} = \frac{1}{2} \cdot \int_{0}^{l_2} V_x^2 \rho_2 d\chi \tag{3}$$

где  $\chi$  – координата бесконечно малой частицы звена  $A_1A_2$ ;  $\rho_2$  – плотность материала, из которого изготовлено звено  $A_1A_2$ ;  $V_{\chi}^2$  – квадрат скорости бесконечно малой частицы звена  $A_1A_2$ , вычисляемый относительно начала координат – точки  $A_0$ .

Оба описанных метода подсчета кинетической энергии были реализованы в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica и получено совпадение результатов, что гарантирует правильность вычисления кинетической энергии звена, совершающего плоскопараллельное движение с использованием углов между звеньями и локальных систем координат.

Используя уравнения Лагранжа второго рода, составлена система дифференциальных уравнений для модели опорной ноги экзоскелета с двумя подвижными звеньями и углом, отсчитываемым между ними:

$$(I_1 + I_2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_1 l_2 cos \varphi_2) \ddot{\varphi}_1 + (I_2 + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 cos \varphi_2) \ddot{\varphi}_2 - \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 (sin \varphi_2) \dot{\varphi}_2^2 - \frac{1}{2} m_2 l_2 (sin \varphi_2) \dot{\varphi}_2^2 - \frac{1}{2} m_2$$

$$-m_2 l_1 l_2 (\sin \phi_2) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \frac{1}{2} g[(m_1 + 2m_2) l_1 \cos \phi_1 + m_2 l_2 \cos(\phi_1 + \phi_2)] = M_1 - M_2, \tag{4}$$

$$(I_2 + \frac{1}{2}m_2l_1l_2cos\varphi_2)\ddot{\varphi}_1 + I_2\ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2}m_2l_1l_2sin\varphi_2\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}gm_2l_2cos(\varphi_1 + \varphi_2) = M_2$$

Определим необходимые для задания антропоморфного движения рассматриваемых двух звеньев управляющие моменты. Они необходимы также для выбора электродвигателей с редукторами. Для этого используем систему дифференциальных уравнений движения (4). Считаем, что моделируется голень и бедро опорной ноги человека. Определим аналитически углы между звеньями, т.е. локальными системами координат в виде периодических функций, задающих антропоидное движение двух рассматриваемых звеньев механизма в абсолютной неподвижной системе координат.

$$\varphi_{1}(t) = \frac{\pi}{2} + j_{1} \sin \left[ f_{1} - (1 - \cos \left[ 2\pi t / T \right]) \frac{\pi}{2} \right],$$

$$\varphi_{2}(t) = j_{2} \cos \left[ f_{2} - \pi (1 - \cos \left[ 2\pi t / T \right]) \frac{\pi}{2} \right] - j_{1} \sin \left[ f_{1} - (1 - \cos \left[ 2\pi t / T \right] \frac{\pi}{2} \right]$$
(5)

где: T – период ходьбы,  $j_1, j_2$  и  $f_1, f_2$  – параметры ходьбы.

Выберем числовые характеристики механизма соответствующими значениям для голени и бедра человека, информация о которых приводится в монографии [37]. Длина голени  $l_1=0.385$  м, бедра  $l_2=0.477$  м, масса голени  $m_1=2.91$  кг, бедра  $m_2=8.93$  кг. Момент инерции звена определим, исходя из формулы момента инерции стержня для оси, проходящей перпендикулярно через его конец  $I_i=\frac{m_i l_i^2}{3}$  (i=1,2). Момент инерции голени  $I_1=0.144$  кг·м², бедра  $I_2=0.677$  кг·м². Ускорение свободного падения g=9.81 м/с². Время, в течение которого происходит одноопорная фаза шага, т.е. половина периода ходьбы  $t_k=0.36$  с. Параметры ходьбы:  $j_1=j_2=0.25, f_1=\pi/2, f_2=0.687$ .

Графики углов поворота звеньев (5) и их угловых скоростей и ускорений представлены на (рис. 2).

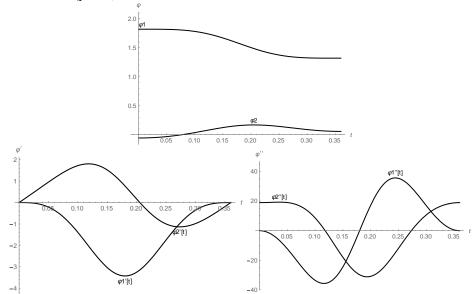


Рис. 2. Зависимости углов поворота  $\phi_1,\phi_2$ , угловых скоростей  $\dot{\phi}_1,\dot{\phi}_2$  и угловых ускорений  $\ddot{\phi}_1,\ddot{\phi}_2$  звеньев от времени

Fig. 2. Dependences of rotation angles  $\phi_1, \phi_2$ , angular velocities  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$  and angular accelerations  $\ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2$  of links on time

Приведем несколько кадров анимации движения двух звеньев (рис. 3).

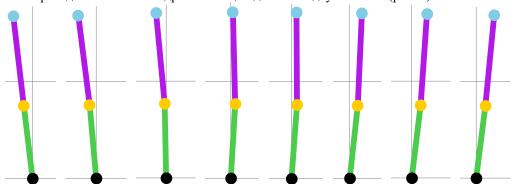


Рис. 3. Кадры анимации двух звеньев при движении с заданными формулами (5) углами  $\phi_1,\phi_2$ 

Fig. 3. Animation frames of two links when moving with the given formulas (5) angles  $\ \phi_1,\phi_2$ 

Из системы уравнений движения (4), решив обратную задачу динамики, находим управляющие моменты  $M_1(t)$  и  $M_2(t)$  для приводов опорной ноги экзоскелета, расположенных в шарнирах  $A_0$  и  $A_1$  (рис. 4).

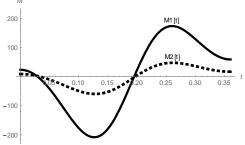


Рис. 4. Зависимости управляющих моментов  $M_1$  и  $M_2$  от времени

Fig. 4. Dependences of control moments  $M_1$  and  $M_2$  on time

Максимальные абсолютные значения управляющих моментов  $M_1=208.218~{
m H\cdot m}$  и  $M_2=59.566~{
m H\cdot m}$  используем для подбора электродвигателей и редукторов. Управляющие моменты  $M_1,M_2-$  это моменты на выходном валу редуктора.

Проведем решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (4) с выбранными моментами, аппроксимируемым ступенчатой кусочно-заданной функцией. Разобьем время движения на шесть равных участков, на каждом из которых момент будем брать постоянным. Значения моментов подсчитаем, как среднее арифметическое на заданных участках:

$$M_{\gamma} = \frac{\int_{t_{\gamma-1}}^{t_{\gamma}} M_{1}(t)dt}{t_{\gamma} - t_{\gamma-1}}$$
 (6)

Графики в виде ступенчатых функций для управляющих моментов, полученных в результате решения обратной задачи (рис. 4), представлены на (рис. 5).

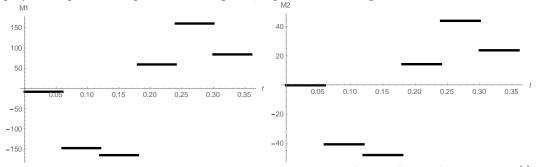


Рис. 5. Зависимости управляющих моментов  $M_1(t)$  и  $M_2(t)$  в виде кусочно-заданных функций

Fig. 5. Dependences of control moments  $M_1(t)$  and  $M_2(t)$  in the form of piecewise given functions

#### Результаты и обсуждения

Решая задачу Коши для системы (4) с управляющими моментами в виде ступенчатой функции, представленным на (рис. 5), получены графики угла поворота звена от времени, показанные на (рис. 6).

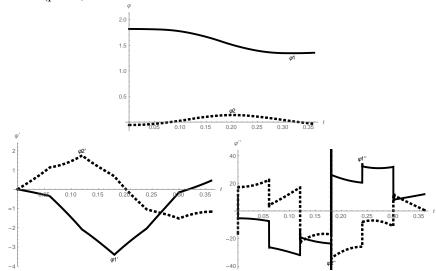


Рис. 6. Решение задачи Коши для механизма с двумя звеньями: углы поворота  $\varphi_1, \varphi_2$ ; угловые скорости  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ ; угловые ускорения  $\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2$  звеньев

Fig. 6. Solution of the Cauchy problem for a mechanism with two links: angles of rotation  $\varphi_1, \varphi_2$ ; angular speeds  $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ ; angular accelerations  $\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2$  of links

В результате численного решения системы дифференциальных уравнений (4), сравнивая с исходным движением звеньев (рис. 2), видно, что получилось хорошее совпадение угла поворота звеньев, достаточно хорошее совпадение угловой скорости и приемлемое совпадение углового ускорения. Следовательно, импульсное управление в виде ступенчатых функций для управляющих моментов (рис. 5) является приемлемым и может быть использовано при управлении движением звена.

Затраты энергии при анализе антропоморфной ходьбы можно вычислить, как работу управляющих моментов в предположении об отсутствии сил сопротивления и рекуперации энергии при торможении звена.

$$A = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \sum_{i=1}^{k} |M_{i}| dt$$
 (7)

В результате применения формулы (6) к расчету энергетических затрат приводов, осуществляющих повороты звеньев при задании управляющих моментов в виде ступенчатых функций (рис. 4), имеем:  $A_{\phi_1}=104.119$  Дж,  $A_{\phi_2}=28.56$  Дж. Суммарные энергозатраты механизма составили 132.68 Дж.

Рассмотрим электромеханическую модель привода двух звеньев, состоящую из электродвигателей с редукторами, расположенными в неподвижном шарнире  $A_0$  и подвижном  $A_1$ . Пусть оси вращения звеньев и роторов двигателей расположены на одной прямой. Рассмотрим влияние инерционных характеристик двигателей на систему дифференциальных уравнений движения (4) [38]. Так как в точке с шарниром  $A_0$  двигатель с редуктором жестко закреплены и неподвижны, то их масса не дает вклад в кинетическую энергию движения звена, и он не перемещается вдоль вертикали, его элементы не дают вклада в потенциальную энергию гравитационного взаимодействия. В подвижном шарнире  $A_1$  установлен второй привод, следовательно, масса электродвигателя и редуктора должны учитываться в кинетической и потенциальной энергии. Подвижными относительно корпуса, скрепленного с опорой либо с предыдущим звеном, являются роторы электродвигателей, совершающие в данном случае вращательное движение вокруг осей, расположенных в точках  $A_0$  и  $A_1$ . Вклад вращающихся роторов в кинетическую энергию всей электромеханической системы учтем следующим образом:

$$T_{R_i} = \frac{I_{R_i} k_{R_i}^2 \dot{\phi}_i^2}{2} \quad (i = 1, 2), \tag{8}$$

где  $I_{Ri}$  — момент инерции ротора электродвигателя относительно оси вращения,  $k_{Ri}$  — передаточное число редуктора, номер 1 относится к приводу в шарнире  $A_0$ , номер 2 — в шарнире  $A_1$ .

Вкладом в кинетическую энергию вращающихся элементов редуктора пренебрежем, т.к. конструкции редукторов бывают разными и здесь не конкретизируются, но обычно их масса и момент инерции гораздо меньше, чем у ротора электродвигателя. Также пренебрежем трением в подшипниках всех вращающихся элементов механизма.

Составленная с применением уравнений Лагранжа второго рода система дифференциальных уравнений с учетом наличия электроприводов и вращения роторов в электродвигателе, для модели опорной ноги экзоскелета с двумя подвижными звеньями и углом, отсчитываемым между звеньями, имеет вид:

$$\left(I_{1} + I_{R_{1}}k_{R_{1}}^{2} + I_{2} + m_{2}l_{1}^{2} + m_{E_{2}}l_{1}^{2} + m_{2}l_{1}l_{2}\cos\varphi_{2}\right)\ddot{\varphi}_{1} + \left(I_{2} + \frac{1}{2}m_{2}l_{1}l_{2}\cos\varphi_{2}\right)\ddot{\varphi}_{2} - \frac{1}{2}m_{2}l_{1}l_{2}\left(\sin\varphi_{2}\right)\dot{\varphi}_{2}^{2} - m_{2}l_{1}l_{2}\left(\sin\varphi_{2}\right)\dot{\varphi}_{1}\dot{\varphi}_{2} + \frac{1}{2}g\left[\left(m_{1} + 2m_{2} + 2m_{E_{2}}\right)l_{1}\cos\varphi_{1} + m_{2}l_{2}\cos\left(\varphi_{1} + \varphi_{2}\right)\right] = M_{1} - M_{2},$$

$$\left(I_{2} + \frac{1}{2}m_{2}l_{1}l_{2}\cos\varphi_{2}\right)\ddot{\varphi}_{1} + \left(I_{2} + I_{R_{2}}k_{R_{2}}^{2}\right)\ddot{\varphi}_{2} + \frac{1}{2}m_{2}l_{1}l_{2}\sin\varphi_{2}\dot{\varphi}_{1}^{2} + \frac{1}{2}gm_{2}l_{2}\cos(\varphi_{1} + \varphi_{2}) = M_{2}.$$

$$(9)$$

Управляющие моменты  $M_1$  и  $M_2$  — это моменты на выходном валу редуктора, определенные выше из системы уравнений (4),  $m_{E_2}$  — масса всего электропривода в целом в шарнире  $A_1$ , управляющим поворотом второго звена, т.е. изменением угла  $\phi_2$ . Сравнивая системы уравнений (4) и (9) видно, что структура уравнений не изменилась, только добавились некоторые новые слагаемые у угловых ускорений и силы тяжести.

Решим задачу Коши (рис. 7) для системы уравнений, учитывающих динамику электропривода (9) с решением, представленным на (рис. 6), полученным на основе моментов, аппроксимируемых в виде ступенчатых кусочно-заданных функций (рис. 5). Исходя из максимальных значений момента нагрузки и скорости, в качестве примера выбираем подходящие электродвигатель и редуктор из номенклатуры выпускаемых в настоящее время. В результате подбора, для обоих шарниров выбираем синхронный двигатель с постоянными магнитами марки *TECNOTION QTR-A-78* [39] и волновой редуктор марки *Harmonic Drive CPL-*2A [40]. Момент инерции ротора электродвигателя  $I_R = 1,3\cdot 10^{-5} \, \mathrm{kr}\cdot \mathrm{m}^2$ , масса электродвигателя — 0.25 кг, масса редуктора — 0.24 кг, тогда  $m_{E_2} = 0.49 \, \mathrm{kr}$ , передаточное число редуктора  $k_R = 100$ .

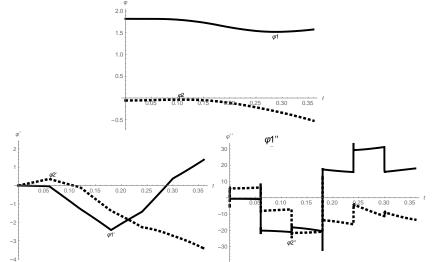


Рис. 7. Решение задачи Коши в случае учета динамики электропривода для механизма с двумя звеньями: углы поворота  $\phi_1, \phi_2$ ; угловые скорости  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ ; угловые ускорения  $\ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2$  звеньев

Fig. 7. Solution of the Cauchy problem in the case of taking into account the dynamics of the electric drive for a mechanism with two links: angles of rotation  $\phi_1, \phi_2$ ; angular speeds  $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ ; angular accelerations  $\ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2$  of links

Сравнивая полученное решение с учетом динамики электропривода, представленное на (рис. 7) с решением без учета электродвигателей (рис. 6), можно сделать вывод, что в целом вид зависимостей качественно сохранился, однако углы поворота стали несколько иными и окончательная конфигурация механизма не совпадает с исходной, сохраняя при этом антропоморфность. Максимальные значения угловых скоростей и ускорений уменьшаются при учете динамики электропривода. Все это свидетельствует о недостаточности управления в системе, поэтому пренебрежение массой и вращающимися роторами электродвигателей при их относительно малой массе и моменте инерции приводит к значительной погрешности и пренебрегать ими не следует.

#### Заключение

- 1. Разработанная модель двух звеньев опорной ноги экзоскелета или антропоморфного робота отличается от имеющихся использованием углов, отсчитываемых между звеньями. Такой способ определения обобщенных координат соответствует случаю работы электроприводов в реальной мехатронной робототехнической системе.
- 2. Для созданной модели двух звеньев составлена система дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода с учетом и без учета динамики электроприводов. Проведено решение прямой и обратной задач динамики при заданном программном управлении движением опорной ноги экзоскелета. Анимационной визуализацией показано антропоморфное движение звеньев.
- 3. Проведено численное моделирование мехатронной робототехнической системы с учетом и без учета вращения роторов электродвигателей. Установлено, что влияние динамики ротора электродвигателя на механизм является существенным.
- 4. В сравнении с представленными в обзоре литературе моделями, созданная в данном исследовании модель опорной ноги экзоскелета является развитием и продвижением вперед, так как используются углы между звеньями и учитывается динамика вращающихся роторов электродвигателей, что отсутствует в имеющихся работах.

#### Литература

- 1. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. М.: Мир, 1980 296 с.
- 2. Вукобратович М., Христич Д. Управление антропоморфическими системами // Управление в пространстве. М.: Наука, 1976. Т. 2. С. 180–187.
- 3. Вукобратович М., Стокич Д. Управление манипуляционными роботами: теория и приложения. М.: Наука, 1985. 383 с.
- 4. Коренев Г.В. Очерки механики целенаправленного движения. М.: Наука, 1980. 192 с.
  - 5. Коренев Г. В. Введение в механику человека. М.: Наука, 1977. 264 с.
- 6. Галиуллин А.С. Обратные задачи динамики и задачи управления движениями материальных систем // Дифференц. уравнения. 1972. Т. 8. № 9. С. 1535–1541
- 7. Формальский А.М. Управление движением неустойчивых объектов. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. 232 с.
- 8. Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006.-328 с.
- 9. Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н. Локомоция многозвенных систем на плоскости: динамика, управление, оптимизация. М.: Издательство ИПМех РАН (Препринт № 1128), 2016. 154 с.
- 10. Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. О математическом моделировании динамики многозвенных систем и экзоскелетов // Известия РАН. Теория и системы управления, 2021. № 5. с. 162-176.
- 11. Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. Матричный метод построения уравнений динамики сноубордиста // Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», Москва, 2–4 декабря 2020 г. Материалы конференции. Часть 1. П.М. Шкапов, М.И. Дьяченко, составители. Инженерный журнал: наука и инновации. 2021. вып. 3. С. 145-148. http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2021-3-2067
- 12. Борисов А.В., Каспирович И.Е., Мухарлямов Р.Г. Управление динамикой составной конструкции со звеньями переменной длины // Известия российской академии наук. Механика твердого тела 2021. №2. с. 72-87.

- 13. Kaspirovich I. E. Application of Constraint Stabilization to Nonholonomic mechanics // 2016 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Year: 2016. DOI 10.1109/ICIEAM.2016.7910921. IEEE Conference Publications.
- 14. Борисов А. В., Розенблат Г. М. Матричный метод составления дифференциальных уравнений движения экзоскелета и управление им // Прикладная математика и механика. -2017. T. 81. № 5. C. 511-522.
- 15. Борисов А. В., Розенблат Г. М., Кончина Л. В., Куликова М. Г., Маслова К. С. Пространственные модели управляемых шарнирных механизмов со звеньями переменной длины для экзоскелетов человека // Известия РАН. Механика твердого тела, 2021, № 6. С. 73-87
- 16. Борисов А. В., Розенблат Г. М. Моделирование динамики экзоскелета с управляемыми моментами в суставах и переменной длиной звеньев с использованием рекуррентного метода составления дифференциальных уравнений движения // Известия РАН. Теория системы управления. -2018. № 2. С. 148-174.
  - 17. Электронный ресурс. https://darpa.com/ Ссылка активна на : 27.04.2022.
- 18. Электронный ресурс. http://groups.csail.mit.edu/locomotion/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 19. Электронный ресурс. https://www.bostondynamics.com/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 20. Электронный ресурс. https://www.bostondynamics.com/atlas Ссылка активна на: 27.04.2022.
  - 21. Электронный ресурс. https://habr.com/post/380435/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
  - 22. Электронный ресурс. http://asimo.honda.com/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 23. Электронный ресурс. http://asimo.honda.com/innovations/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 24. Электронный pecypc. <a href="https://Yandex.ru/video/search?text=Romeo%20Toyota%20%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D1%82&path=wizard&noreask=1&filmId=2499549739453021993">https://Yandex.ru/video/search?text=Romeo%20Toyota%20%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D1%82&path=wizard&noreask=1&filmId=2499549739453021993</a>. Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 25. Электронный ресурс. https://budushchee.livejournal.com/101539.html Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 26. Электронный ресурс. https://www.hocoma.com/solutions/lokomat/ Ссылка активна на 27.04.2022.
- 27. Электронный pecypc. http://corporate.honda.com/innovation/walk-assist/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
  - 28. Электронный ресурс. http://www.eksobionics.com Ссылка активна на : 27.04.2022.
- 29. Электронный pecypc. http://bleex.me.berkeley.edu/research/exoskeleton/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
- 30. Kazerooni H. Exoskeletons for human power augmentation // in Proceedings of the IEEE IRS/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '05), August 2005. 2005. P. 3120-3125.
  - 31. Электронный ресурс. http://www.rewalk.com/ Ссылка активна на: 27.04.2022.
  - 32. Электронный ресурс. http://www.rexbionics.com/ Ссылка активна на : 27.04.2022.
- 33. Блинов А.О., Борисов А.В., Борисова В.Л., Гончаров М.В., Гончарова И.А., Кончина Л.В., Куликова М.Г., Маслова К.С., Новикова М.А. Механика экзоскелета. Монография. Смоленск: Универсум, 2021. 220 с.
- 34. Блинов А.О., Гончарова И.А., Куликова М.Г., Маслова К.С., Новикова М.А. Выбор САПР для решения задач проектирования антропоморфных роботов. // Естественные и технические науки. 2021. № 2 (153). С. 126-128.
  - 35. Лурье А.И. Аналитическая механика.. М.:1961. 824 с.
- 36. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. М. : Наука, 1982. 368 с.
- 37. Борисов А. В. Моделирование опорно-двигательного аппарата человека и применение полученных результатов для разработки модели антропоморфного робота : монография. М.: Спутник +, 2009. 212 с. Ссылка активна на : 27.04.2022.
  - 38. Электронный ресурс. <a href="https://www.tecnotion.com/">https://www.tecnotion.com/</a> Ссылка активна на : 27.04.2022.
  - 39. Electronic resource. https://www.tecnotion.com/. Ссылка активна на : 27.04.2022.
  - 40. Electronic resource. https://innodrive.ru/ Ссылка активна на: 27.04.2022.

#### Авторы публикации

**Блинов** Александр Олегович — ассистент, кафедры «Технологические машины и оборудование», филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет "МЭИ"» в г. Смоленске.

**Борисов Андрей Валерьевич** – д-р физ.-мат. наук, доцент, кафедры «Технологические машины и оборудование», филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет "МЭИ"» в г. Смоленске.

**Кончина Лариса Владимировна** — канд. физ.-мат. наук, доцент, кафедры «Технологические машины и оборудование», филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет "МЭИ"» в г. Смоленске.

*Маслова Ксения Сергеевна* — студентка, филиала Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет "МЭИ"» в г. Смоленске.

#### References

- 1. Wittenburg J. Dynamics of systems of solid bodies. M.: Mir, 1980 296 p.
- 2. Vukobratovich M., Khristich D. *Management of anthropomorphic systems*. Management in space. M.: Nauka, 1976;2:180–187.
- 3. Vukobratovich M., Stokich D. Management of manipulation robots: theory and applications. M.: Nauka, 1985.383 p.
  - 4. Korenev GV. Essays on the mechanics of purposeful movement. M.: Nauka, 1980.192 p.
  - 5. Korenev GV. Introduction to human mechanics. M.: Nauka, 1977. 264 p.
- 6. Galiullin A.S. Inverse problems of dynamics and problems of motion control of material systems. *Differential Equations*.1972;8(9):1535–1541.
  - 7. Formalsky AM. Movement control of unstable objects. M.: FIZMATLIT, 2012. 232 p.
- 8. Chernous'ko FL, Anan'evskii IM, Reshmin SA. *Control methods for nonlinear mechanical systems*. M.: Fizmatlit, 2006. 328 p.
- 9. Chernousko F.L, Bolotnik N.N. *Locomotion of multilink systems on a plane: dynamics, control, optimization.* M.: IPMech RAS Publishing House (Preprint No. 1128), 2016. 154 p.
- 10. Borisov A.V., Kaspirovich, I.E., Mukharlyamov, R.G. On Mathematical Modeling of the Dynamics of Multilink Systems and Exoskeletons. *Journal of Computer and Systems Sciences International* (2021);60 (5):827-841.
- 11. Borisov AV, Kaspirovich IE, Mukharlyamov RG. *Matrix method for constructing dynamical equations of snowboarder*. 2021 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1191 012004 doi:10.1088/1757-899X/1191/1/012004.
- 12. Borisov AV, Kaspirovich IE, Mukharlyamov RG. Dynamic control of compound structure with links of variable length. *Mechanics of Solids*. (2021):56 (2):197-210.
- 13. Kaspirovich IE. *Application of Constraint Stabilization to Nonholonomic mechanics*. 2016. 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Year: 2016. doi 10.1109/ICIEAM.2016.7910921. IEEE Conference Publications.
- 14. Borisov AV, Rozenblat GM. Matrix method of constructing the differential equations of motion of an exoskeleton and its control. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 81 (2017). PP. 351-359.
- 15. Borisov AV, Rozenblat GM, Konchina LV, et al. 3D Models of Controllable Hinged Mechanisms with Links of Variable Length for Human Exoskeletons. Mechanics of Solids. 2021;56(6):947–959. doi: 10.3103/S0025654421060030.
- 16. Borisov AV, Rozenblat GM. Modeling the Dynamics of an Exoskeleton with Control Torques in the Joints and a Variable Length of the Links Using the Recurrent Method for Constructing Differential Equations of Motion. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2018;57(2):319–347.
  - 17. Electronic resource. https://darpa.com/. Accessed to:27.04.2022.
  - 18. Electronic resource. http://groups.csail.mit.edu/locomotion/ Accessed to:27.04.2022
  - 19. Electronic resource. https://www.bostondynamics.com/ Accessed to:27.04.2022
  - 20. Electronic resource. https://www.bostondynamics.com/atlas Accessed to:27.04.2022.

- 21. Electronic resource. https://habr.com/post/380435/ Accessed to:27.04.2022
- 22. Electronic resource. http://asimo.honda.com/ Accessed to:27.04.2022.
- 23. Electronic resource. http://asimo.honda.com/innovations/ Accessed to:27.04.2022.
- 24. Electronicresource.https://Yandex.ru/video/search?text=Romeo%20Toyota%20%D1%  $80\%\,D0\%\,BE\%\,D0\%\,BE\%\,D1\%\,82\&$ path=wizard&noreask=1&filmId=249954973945302 1993. Accessed to:27.04.2022.
- 25. Electronic resource. https://budushchee.livejournal.com/101539.htm. Accessed to:27.04.2022.
- 26. Electronic resource. https://www.hocoma.com/solutions/lokomat/ Accessed to:27.04.2022.

27.

- $28. \ Electronic \quad resource. \quad http://corporate.honda.com/innovation/walk-assist/ \quad Accessed \\ to: 27.04.2022$ 
  - 29. Electronic resource. http://www.eksobionics.com. Accessed to:27.04.2022
- 30. Electronic resource. http://bleex.me.berkeley.edu/research/exoskeleton/ Accessed to:27.04.2022.
- 31. Kazerooni H. *Exoskeletons for human power augmentation*. in Proceedings of the IEEE IRS/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '05), August 2005. P. 3120-3125.
  - 32. Electronic resource. http://www.rewalk.com/ Accessed to:27.04.2022
  - 33. Electronic resource. http://www.rexbionics.com/ Accessed to:27.04.2022
- 34. Blinov AO, Borisov AV, Borisova VL, et al. Exoskeleton mechanics. Monograph. Smolensk: Universum, 2021. 220 p.
- 35. Blinov AO, Goncharova IA, Kulikova MG, et al. The choice of CAD for solving the problems of designing anthropomorphic robots. *Natural and technical sciences*. 2021;2 (153):126-128.
  - 36. Lurie AI. Analytical mechanics. M.:1961. 824 p.
  - 37. Formalsky AM. Movement of anthropomorphic mechanisms. M .: Nauka, 1982. 368 p.
- 38. Borisov AV. Modeling of the human musculoskeletal system and the application of the results obtained for the development of an anthropomorphic robot model: monograph. M.: Sputnik +, 2009. 212 p.
- 39. Kolyubin S.A. *Dynamics of robotic systems*. Proc. Allowance. St. Petersburg: ITMO University, 2017. 117 p.
  - 40. Electronic resource. https://www.tecnotion.com/ Accessed to:27.04.2022.
  - 41. Electronic resource. https://innodrive.ru/ Accessed to:27.04.2022.

#### Authors of the publication

**Alexander O. Blinov** – Branch of the National Research University Moscow Power Engineering Institute in Smolensk.

Andrey V. Borisov – Branch of the National Research University Moscow Power Engineering Institute in Smolensk.

*Larisa V. Konchina* – Branch of the National Research University Moscow Power Engineering Institute in Smolensk.

*Ksenia S. Maslova* – Branch of the National Research University Moscow Power Engineering Institute in Smolensk.

Получено 20.04.2022г.

Отредактировано 27.04.2024г.

Принято 27.04.2022г.