



## ВЫБОР АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ИНДУКТИВНОСТИ РАССЕЯНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ИСПЫТАТЕЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Сахно Л.И., Парамонов Е.Д., Сахно О.И., Кочеткова Е.Ю., Миневиц Т.Г.

Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого,  
г. Санкт-Петербург, Россия  
lsahno2010@yandex.ru

**Резюме:** АКТУАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕЙ проектирования трансформатора является оптимизация его конструкции, поскольку она позволяет создать конкурентоспособный трансформатор. Одной из целевых функций в алгоритмах оптимизации высоковольтных испытательных трансформаторов является отношение индуктивного сопротивления рассеяния трансформатора, приведенного к вторичной стороне, к емкостному сопротивлению нагрузки. Так как целевые функции в процедуре оптимизации надо находить многократно, для расчета индуктивности рассеяния целесообразно использовать приближенные аналитические методы расчета. ЦЕЛЬЮ статьи является анализ погрешности традиционного аналитического метода расчета индуктивности рассеяния трансформатора, разработанного для силовых трансформаторов с прямоугольным осевым сечением обмоток, и разработка уточненного аналитического метода, в котором учтена основная конструктивная особенность высоковольтных испытательных трансформаторов – трапециевидальная форма сечения вторичной обмотки. В уточненном методе учтено изменение количества витков в радиальном направлении при сохранении основных допущений традиционного метода. МЕТОДЫ. Исследование погрешности проводится путем сравнения результатов расчета с использованием указанных методов с результатами численного расчета, которые приняты за точные. РЕЗУЛЬТАТЫ. Показано, что погрешность расчета с использованием предложенного в статье метода существенно уменьшена по сравнению с погрешностью метода, разработанного для силовых трансформаторов с прямоугольным сечением обмоток. Определены диапазоны изменения относительных геометрических параметров базового трансформатора, в которых погрешность этого метода расчета не превышает 10 %. В качестве базового трансформатора выбран трансформатор ТГИ 50/100, номинальная мощность которого составляет 5 кВА. Разработанный в статье аналитический метод рекомендуется для использования в алгоритмах оптимизации высоковольтных испытательных трансформаторов.

**Ключевые слова:** высоковольтный испытательный трансформатор; индуктивность рассеяния; численные методы; методы оптимизации; магнитостатическое поле; плоскостное поле

**Для цитирования:** Сахно Л.И., Парамонов Е.Д., Сахно О.И., Кочеткова Е.Ю., Миневиц Т.Г. Выбор аналитического метода расчета индуктивности рассеяния при оптимизации конструкции высоковольтного испытательного трансформатора // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2024. Т. 26. № 6. С. 81-93. doi: 10.30724/1998-9903-2024-26-6-81-93.

## SELECTING ANALYTICAL METHOD OF LEAKAGE INDUCTANCE CALCULATION FOR OPTIMIZING HIGH-VOLTAGE TEST TRANSFORMER DESIGN

Sakhno L.I., Paramonov E.D., Sakhno O.I., Kochetkova E.Y., Minevich T.G.

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia  
lsahno2010@yandex.ru

**Abstract:** AN ACTUAL PROBLEM in transformer design is to optimize its design, since it allows you to create a competitive transformer. One of the objective functions in optimization algorithms for high-voltage test transformers is the ratio of the leakage inductive reactance of the transformer, reduced to the secondary side, to the load capacitance. Since the objective functions in the optimization procedure must be found many times, it is advisable to use approximate analytical calculation methods to calculate the leakage inductance. THE PURPOSE of the article is to analyze the error of the traditional analytical method for calculating the leakage inductance of power transformers with a rectangular axial cross-sections of the windings, and to develop a refined analytical method that takes into account the main design feature of high-voltage test transformers, which consists in the trapezoidal shape of the secondary winding cross-section. The refined method takes into account the change in the number of turns in the radial direction while maintaining the basic assumptions of the traditional method. METHODS. The error is studied by comparing the calculation results using these methods with the results of a numerical calculation of leakage inductance based on a 3D magnetostatic field, which are accepted as accurate. RESULTS. It is shown that the calculation error using the method proposed in the article is significantly reduced compared to the error of the method developed for power transformers with rectangular winding cross-sections. The ranges of changes in the relative geometric parameters of the base transformer have been determined, in which the error of this calculation method does not exceed 10%. The TGI 50/100 transformer, whose rated power is 5 kVA, was chosen as the base transformer. The developed analytical method is recommended for high-voltage test transformers optimization algorithms.

**Keywords:** high voltage test transformer; leakage inductance; numerical methods; optimization methods; magnetostatic field; plane-parallel field.

**For citation:** Sakhno L.I., Paramonov E.D., Sakhno O.I., Kochetkova E.Y., Minevich T.G. Selecting analytical method of leakage inductance calculation for optimizing high-voltage test transformer design. *Power engineering: research, equipment, technology*. 2024; 26 (6): 81-93. doi:10.30724/1998-9903-2024-26-6-81-93.

### **Введение (Introduction)**

Одним из видов высоковольтного испытательного оборудования являются однофазные испытательные трансформаторы промышленной частоты. Весьма важным требованием, предъявляемым к этим трансформаторам, является минимизация их массы и габаритов, так как они входят в состав передвижных испытательных установок. Эффективным способом создания высоковольтных испытательных трансформаторов с минимальными массой и габаритами и высокими технико-экономическими показателями является использование алгоритма многокритериальной оптимизации [1]. Согласно этому алгоритму необходимо выбрать несколько конфликтующих между собой критериев оптимизации, которые определяют целевую функцию. Такими критериями для высоковольтных испытательных трансформаторов являются масса, потери, отношение емкости между первым и вторым слоем вторичной обмотки к емкости между предпоследним и последним слоями вторичной обмотки, синусоидальность формы вторичного напряжения. Каждый критерий определяется конструктивными переменными, которые зависят от форм сечений обмоток и магнитопровода, отношений высоты обмоток к ширине, острого угла  $\alpha$  трапеции, которая ограничивает радиальное сечение вторичной обмотки (рис. 2). Поиск оптимального решения необходимо выполнять при следующих ограничениях: максимальная напряженность электростатического поля должна быть меньше величины пробивного напряжения изоляции, а также должно быть обеспечено отсутствие резонанса в контуре высокого напряжения, состоящем из индуктивности рассеяния трансформатора, емкости трансформатора и емкости объекта испытаний. Последнее условие чрезвычайно важно проверять в процессе оптимизации, так как обмотка высокого напряжения имеет большое число витков и вследствие этого большую индуктивность рассеяния. Поэтому для каждой конструкции трансформатора, которые в генетическом алгоритме называются особями, необходимо рассчитывать индуктивность рассеяния и проверять возможность возникновения резонанса. Совокупность особей образует поколение, в котором производится отбор лучших решений для следующих поколений. Перечисленные выше критерии и условия ограничения поиска оптимального решения достаточно точно можно рассчитать с использованием 3D-моделей электростатических и магнитостатических полей трансформатора. Однако такой расчет

требует больших затрат времени, так как количество конструкций трансформаторов (особей), составляет несколько тысяч, а количество поколений – несколько десятков. В связи с этим целесообразно использовать приближенные аналитические методы расчета при использовании генетического алгоритма оптимизации. Существуют аналитические методы расчета этих параметров, разработанные для силовых трансформаторов. Однако погрешности применения этих методов к высоковольтным испытательным трансформаторам недостаточно исследованы.

Данная статья посвящена анализу погрешности аналитического расчета индуктивности рассеяния таких трансформаторов. Цель исследования заключается в анализе погрешности традиционного аналитического метода расчета индуктивности рассеяния трансформатора, разработанного для силовых трансформаторов с прямоугольным осевым сечением обмоток, и разработке уточненного аналитического метода, в котором учтена основная конструктивная особенность высоковольтных испытательных трансформаторов – трапециевидная форма сечения вторичной обмотки. Научная значимость исследования состоит в разработке аналитического метода расчета индуктивности рассеяния трансформатора с трапециевидной формой поперечного сечения вторичной обмотки, которая входит в одну из целевых функций алгоритма оптимизации и сокращает время поиска оптимальной конструкции трансформатора по сравнению с использованием численных методов для расчета этого параметра в процедуре оптимизации.

В статье рассматривается классический аналитический метод расчета, разработанный для силовых трансформаторов с прямоугольным осевым сечением обмоток, и предлагается уточненный аналитический метод, в котором учтена трапециевидная форма сечения вторичной обмотки. Кроме того, рассмотрены численные методы МКЭ в двумерной постановке. В статье определены диапазоны изменения относительных геометрических параметров трансформатора, в котором погрешность выбранного для использования при оптимизации аналитического метода расчета не превышает 10 %. В качестве базового трансформатора выбран трансформатор ТГИ 50/100, номинальная мощность которого составляет 5 кВА, разработанный в ООО «НПП Марс-Энерго»<sup>1</sup>. Конструкция этого трансформатора получена с использованием генетического алгоритма оптимизации, для работы которого использовался разработанный метод расчета индуктивности рассеяния. При изменении геометрических параметров базового трансформатора площадь поперечного сечения обмоток не меняется, так как при этом условии остаются постоянными плотности тока в обмотках, которые определяют их температуру. В качестве точных значений индуктивности рассеяния для исследуемых трансформаторов приняты значения, полученные в результате численного расчета. Преимущество такого подхода к анализу точности состоит в возможности анализа в широком диапазоне изменения параметров трансформатора, который требуется для использования процедуры оптимизации конструкции. Точность разработанного метода экспериментально подтверждена для базового трансформатора в опыте короткого замыкания. Практическая значимость исследования заключается в обеспечении процедуры многокритериальной оптимизации аналитическим методом расчета индуктивности рассеяния трансформатора и создании на базе этой процедуры конкурентоспособных высоковольтных испытательных трансформаторов.

#### *Литературный обзор (Literature Review)*

Разработке аналитических методов расчета индуктивностей рассеяния трансформаторов посвящено довольно значительное количество работ, часть из которых приведена в библиографическом списке к данной статье. Несмотря на широкое применение численных методов расчета магнитных полей рассеяния трансформаторов, разработка аналитических методов расчета индуктивностей рассеяния остается актуальной, что следует из приведенного списка публикаций. Интерес к аналитическим методам расчета в значительной степени связан с использованием процедур оптимизации конструкций трансформаторов, так как аналитические методы обеспечивают существенную экономию времени при выполнении этих процедур. Анализ публикаций показал, что для получения аналитического решения в работах делаются допущения, которые, как правило, справедливы для конкретного типа трансформатора, а полученные аналитические решения обеспечивают требуемую точность в определенных диапазонах изменения конструктивных параметров трансформатора. Наиболее часто для расчета индуктивности рассеяния силовых трансформаторов магнитное поле рассеяния принимается одномерным, имеющим только осевую составляющую. На основе этой идеализации получено выражение для силового

---

<sup>1</sup> <http://mars-energo.ru>

трансформатора с броневым магнитопроводом, центральный стержень которого имеет цилиндрическую форму, а поперечные сечения обмоток прямоугольную. Выражение для индуктивности рассеяния такого трансформатора входит практически во все книги по расчету трансформаторов, например, в [2-3]. Разнообразие конструкций трансформаторов, а также широкий диапазон изменения их номинальных частот приводит к большому разнообразию подходов к аналитическому расчету индуктивности рассеяния. Прежде всего следует отметить работы, которые основаны на допущении об одномерном характере поля рассеяния, принятом в [2-3]. В [4] такая идеализация используется для расчета индуктивности рассеяния планарного трансформатора. В таких трансформаторах ширина обмоток превышает высоту, поэтому выражение для индуктивности рассеяния, приведенное в [2, 3], адаптируется для планарных трансформаторов путем замены осевого поля на радиальное, которое является преобладающим в трансформаторах данного типа. Структура выражения для индуктивности рассеяния в [4] совпадает с выражением, данным в [2, 3]. В [5] допущение об одномерном магнитном поле рассеяния позволило получить индуктивности рассеяния силового трансформатора при межвитковых коротких замыканиях. В [6] используется допущение об одномерном магнитном поле рассеяния для аналитического расчета индуктивности рассеяния трансформаторов с зигзагообразными обмотками.

В ряде работ [7-9] для расчета индуктивностей рассеяния используется метод изображений в магнитном поле. Этот метод позволяет более точно по сравнению с [2-6] учесть геометрию магнитопровода, причем магнитное поле рассеяния при таком подходе становится двумерным. В [7] выражение для индуктивности рассеяния силового трансформатора получено для равновысоких первичной и вторичной обмоток с прямоугольным поперечным сечением. Это выражение основано на аналитическом расчете двумерного магнитного поля рассеяния относительно напряженности магнитного поля, которое создано обмотками трансформатора и их отражениями относительно магнитопровода. В [8] метод изображений используется для расчета индуктивности рассеяния силового трансформатора с обмотками, имеющими прямоугольное поперечное сечение, высота которых может быть разной. В этой работе получены формулы для магнитного векторного потенциала и энергии магнитного поля. Индуктивность рассеяния получена из известной формулы для энергии магнитного поля, в которую входит индуктивность. В [9] представлены формулы для расчета индуктивности рассеяния тороидальных трансформаторов. Благодаря осевой симметрии тороидального трансформатора получено аналитическое выражение для энергии магнитного поля рассеяния. В [10] получено выражение для индуктивности рассеяния силового трансформатора с обмотками прямоугольной формы на основе формул ПЕЕС, вывод которых подробно изложен в [11].

В [12] даны выражения для индуктивностей рассеяния небольших трансформаторов с использованием методов среднегеометрических расстояний, а также методов, основанных на аналитическом решении уравнений Максвелла в двумерной осесимметричной постановке. Для получения аналитических решений в трансформаторах с горизонтальным воздушным зазором в стержне сердечника в [13] записаны уравнения магнитной цепи. Воздушный зазор приводит к увеличению индуктивности рассеяния и уменьшению индуктивности намагничивания. Эти индуктивности становятся соизмеримыми и рассмотрение магнитной цепи становится оправданным. Этот метод дает возможность учесть асимметрию магнитного поля относительно воздушного зазора.

Практически во всех перечисленных публикациях анализ погрешности выражений для расчета индуктивностей рассеяния решается путем сопоставления с результатами численного расчета МКЭ с использованием 2D или 3D-моделей. Для реализации численного расчета используются различные пакеты программ [14, 15].

Особенностью высоковольтных испытательных трансформаторов, рассматриваемых в данной статье, является трапециевидальная форма поперечного сечения вторичной обмотки. В рассмотренных выше работах обмотки имеют прямоугольную форму сечения, поскольку это наиболее часто встречающаяся конструкция. Аналитический метод расчета индуктивности рассеяния трансформатора с трапециевидальной формой вторичной обмотки, который необходим при решении задачи оптимизации конструкции высоковольтного испытательного трансформатора, не разработан. Анализ публикаций [2-6] показал, что простая идеализация магнитного поля рассеяния трансформатора – замена реального поля одномерным дает весьма хорошие результаты для практического использования. Поэтому эта идеализация была принята за основу в данной статье. Для анализа погрешности разработанного в статье метода расчета так же, как и в перечисленных публикациях,

целесообразно использовать численный расчет. В [16] дана методика численного расчета высоковольтного испытательного трансформатора. Результаты этого исследования будут использованы в данной статье для анализа погрешности.

**Материалы и методы (Materials and methods)**

**Объекты исследования.** Базовая конструкция трансформатора показана на рисунке 1. Обмотки этого трансформатора, намотанные на цилиндрические каркасы, являются цилиндрическими многослойными. Осевое сечение вторичной обмотки имеет трапециевидную форму (рис. 2б), а первичной – прямоугольное. Первичная обмотка имеет две секции по 148 витков в каждой. Параллельное соединение секций обеспечивает вторичное напряжение 100 кВ, а последовательное -50 кВ. Эта обмотка выполнена из медного провода ПСД-1,4х2,8. Вторичная обмотка имеет 63000 витков и выполнена из круглого провода ПЭТВ-2-0,14. Изоляция ЭЛИЗТЕРМ-155- ПЛ-0,08х124х400 между слоями первичной обмотки 1 слой, между слоями вторичной обмотки 2 слоя. Габаритные размеры трансформаторов показаны на рисунке 1. Этот трансформатор помещен в корпус, заполненный элегазом. Длительность работы трансформатора при номинальном токе 0,12 А составляет 1 мин. При дальнейшем исследовании изменяются отношения оснований трапеции трапециевидального сечения вторичной обмотки  $h_1/h_2$  и отношение высоты вторичной обмотки  $h_2$  к ее ширине  $a_2$  в диапазоне  $\frac{h_2}{a_2}$  (рис. 2б).

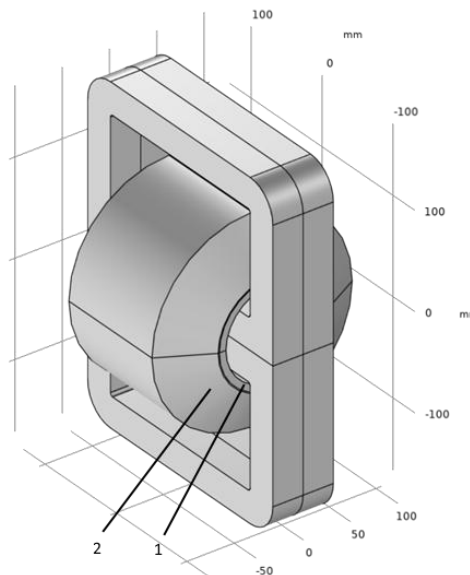


Рис. 1. Конструкции исследуемых трансформаторов: 1 – первичная обмотка, 2 – вторичная обмотка

Fig. 1. Designs of closing transformers: 1 – primary winding, 2 – secondary winding

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

**Методы исследования.** Для расчета индуктивности рассеяния трансформаторов используются аналитические [6-11] и численные [12-15] методы.

**Аналитический метод.** Рассмотрим аналитический метод расчета индуктивностей рассеяния, разработанный для силовых трансформаторов с прямоугольным осевым поперечным сечением обмоток [6]. Основным допущением этого метода является рассмотрение магнитостатического поля как плоскопараллельного. Принято, что линии магнитной индукции параллельны оси стержня магнитопровода и напряженность поля вне контура, окружающего первичную и вторичную обмотки, равна нулю. Обозначения размеров обмоток показаны на рисунке 2а. Энергия магнитного поля в каждой из трех областей окна трансформатора: в пределах первичной обмотки  $W_1$ , в промежутке между обмотками  $W_{12}$  и в пределах вторичной обмотки  $W_3$ :

$$W_1 = \mu_0 I_1^2 w_1^2 \pi D \cdot a_1 / 6h; W_2 = \mu_0 I_1^2 w_1^2 \pi D a_{12} / 2h; W_3 = \mu_0 I_1^2 w_1^2 \pi D a_2 / (6h), \quad (1)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость,  $D = c + b + \frac{a_1 + a_{12} + a_2}{2}$  – средний диаметр трансформатора,  $a_1, a_2$  – ширины обмоток,  $a_{12}$  – расстояние между обмотками.

Индуктивность рассеяния, приведенная к первичной обмотке равна:

$$L_{12} = 2W_M / I_1^2, \quad (2)$$

где  $W_M = W_1 + W_2 + W_3$  – энергия магнитного поля рассеяния трансформатора.

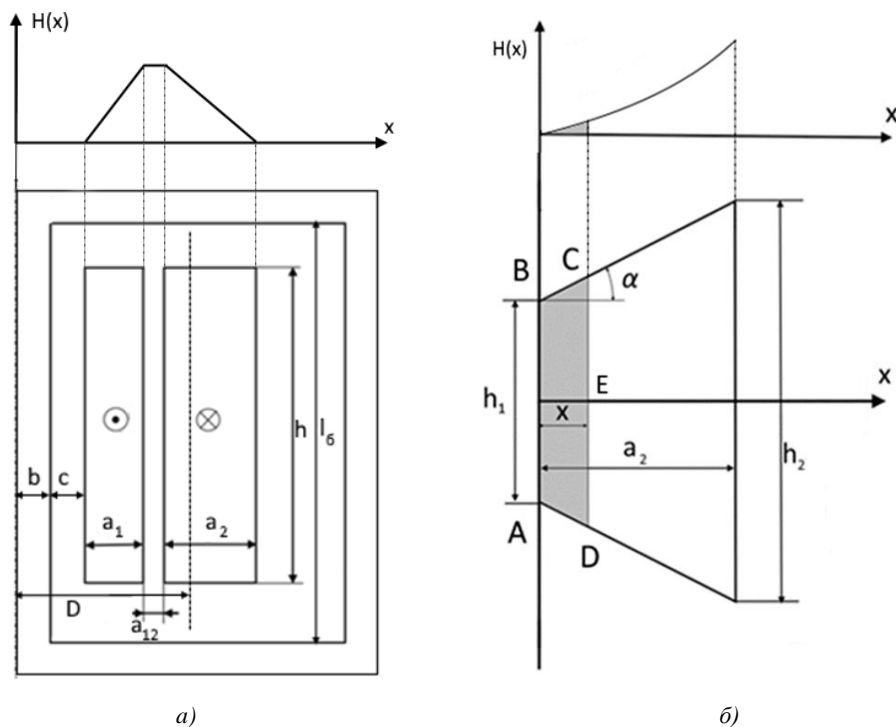


Рис. 2. Радиальное сечение обмоток прямоугольного сечения (а) и трапецидального сечения (б) Fig. 2. Radial section of windings of rectangular section (a) and trapezoidal section (b)

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Индуктивность рассеяния, приведенная к первичной обмотке, определяется по формуле:

$$L_{12} = \mu_0 \pi D w_1^2 \left( a_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) / l_\sigma. \quad (3)$$

где  $l_\sigma$  – эмпирическая величина, которая несколько превышает высоту обмоток  $h$  и на рисунке 2а совпадает с высотой окна [6].

При использовании (3) для трапецидальной обмотки возникает вопрос о замене поперечного сечение трапецидальной вторичной обмотки эквивалентным прямоугольным. В статье рассматриваются два варианта подхода к учету трапецидальной формы вторичной обмотки. Первый подход, который традиционно используется при расчете высоковольтных испытательных трансформаторов, – использование (3) при замене трапецидального сечения вторичной обмотки прямоугольным. При этом сохраняется ее размер, равный большей стороне трапецидального сечения  $h_2$  (рис. 2б), а ширина  $a'_2$  эквивалентной прямоугольной обмотки находится из условия равенства сечений прямоугольной  $S_{II}$  и трапецидальной  $S_T$  обмоток:

$$a'_2 = a_2 \frac{S_T}{S_{II}} = a_2 \frac{(h_1 + h_2)}{2h_2}. \quad (4)$$

Во втором подходе учитывается изменение количества витков вторичной обмотки в радиальном направлении. Магнитоэстатическое поле принимается плоскопараллельным, линии этого поля считаются прямыми, параллельными оси трансформатора. При этом энергия магнитного поля в пределах первичной обмотки  $W_1$  и в промежутке между обмотками  $W_{12}$  остается без изменения по сравнению с предыдущим подходом. Поэтому

необходимо найти выражение только для  $W_3$ , в котором следует учесть изменение количества витков в радиальном направлении.

За пределами вторичной обмотки напряженность магнитного поля равна нулю и суммарная магнитодвижущая сила обмоток в режиме противовключения равна нулю, поэтому зависимость напряженности магнитного поля от координаты  $x$ , например в точке  $E$ , на рисунке 2б определяется из закона полного тока:

$$H_{(x)} = I_2 w_2' / l_\sigma, \quad (5)$$

где  $w_2'$  – количество витков в пределах заштрихованной трапеции на рисунке 2б.

Количество витков  $w_2'$  определяется отношением площади трапеции  $ABCD$   $s_{ABCD} = x(h_1 + xtg\alpha)$  на рисунке 2б к площади поперечного сечения вторичной обмотки  $s_2 = \frac{(h_1 + h_2)a_2}{2}$ :

$$w_2' = w_2 \frac{s_{ABCD}}{s_2} = w_2 \frac{2x(h_1 + xtg\alpha)}{(h_1 + h_2)a_2}, \quad (6)$$

где  $tg\alpha = \frac{h_2 - h_1}{2a_2}$ .

С учетом (5) получаем:

$$H_{(x)} = \frac{I_2 w_2}{l} \cdot \frac{2x(h_1 + xtg\alpha)}{(h_1 + h_2)a_2}. \quad (7)$$

Плотность энергии магнитного поля в пределах вторичной обмотки:

$$W_{3(x)}' = \frac{\mu_0 H_{(x)}^2}{2} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \left( \frac{I_2 w_2}{l} \cdot \frac{2x(h_1 + xtg\alpha)}{(h_1 + h_2)a_2} \right)^2. \quad (8)$$

Энергия магнитного поля:

$$W_3 = \int_0^{a_2} W_{3(x)}' dv = \frac{2\mu_0 I_2^2 w_2^2 \pi D}{l(h_1 + h_2)^2} \left( \frac{h_1^2 a_2}{3} + \frac{h_1 a_2^2 tg\alpha}{2} + \frac{a_2^3 tg^2 \alpha}{5} \right). \quad (9)$$

Индуктивность рассеяния трансформатора с трапецидальной вторичной обмоткой, приведенная к первичной обмотке, определяется формулой:

$$L_{12} = \mu_0 \pi D w_1^2 \left( a_{12} + \frac{a_1}{3} + \frac{4}{(h_1 + h_2)^2} \left( \frac{h_1^2 a_2}{3} + \frac{h_1 a_2^2 tg\alpha}{2} + \frac{a_2^3 tg^2 \alpha}{5} \right) \right) / l \quad (10)$$

Анализ погрешности расчета индуктивности рассеяния по (10) и (3) будет дан далее на основе численного расчета.

**Численный метод.** Для расчета магнитного поля трансформатора используется метод конечных элементов [12-15]. Рассчитывается магнитостатическое поле в режиме противовключения, когда магнитодвижущие силы обмоток равны и противоположно направлены:

$$I_1 w_1 = -I_2 w_2, \quad (11)$$

где  $I_1, I_2, w_1, w_2$  – токи и витки первичной и вторичной обмоток соответственно.

Будем считать, что ток каждой обмотки равномерно распределен по ее сечению, тогда для плотностей токов имеем:

$$J_1 = I_1 w_1 / s_1. \quad (12)$$

$$J_2 = I_2 w_2 / s_2. \quad (13)$$

По результатам расчета поля находится энергия магнитного поля  $W_M$  во всей расчетной области модели и индуктивность рассеяния, приведенная к первичной обмотке, по (2).

Магнитостатическое поле рассчитывается внутри окна, показанного на рисунке 3, где  $OO'$  – ось симметрии трансформатора.

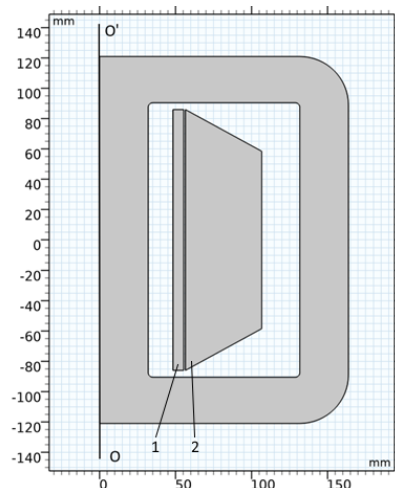


Рис. 3. 2D-модель базового трансформатора: Fig. 3. 2D model of the basic transformer: 1 – первичная обмотка, 2 – вторичная обмотка 1 – primary winding, 2 – secondary winding

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

При расчете поля используется уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала  $\vec{A}$  ( $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ ). Для плоскопараллельного поля векторный потенциал и плотность тока имеют одну составляющую  $A_z$  и  $J_z$ , которые обозначим как  $A$  и  $J$ . Тогда уравнение Пуассона для плоскопараллельного поля в кусочно-однородной среде запишем в виде [12]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial(A)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial(A)}{\partial y} \right) = -J. \quad (14)$$

Энергия магнитного поля и индуктивность рассеяния относятся к единице длины модели.

Поскольку целью работы является выбор аналитического метода расчета индуктивности рассеяния для оптимизации трансформатора, весьма важно оценить точность и время численного расчета индуктивности. Они существенно зависят от размера сетки. Для анализа этих параметров размер сетки в пределах пространства, занятого обмотками, изменялся в пределах от 10 мм до 1 мм. Расчеты показали, что при изменении размера сетки с 2 мм до 1 мм, значение энергии магнитного поля изменяется только в пятой значащей цифре. Поэтому точными считаются значения, полученные при шаге сетки 1 мм. Время численного расчета исследуемых трансформаторов составляет несколько десятков секунд.

**Результаты расчета.** Расчеты индуктивности рассеяния выполнены для трансформаторов, диапазон изменения относительных размеров которых охватывает большинство возможных вариантов при оптимизационных расчетах  $1 < h_2/a_2 < 14$ ,  $0 < h_1/h_2 < 1$ . Размеры исследуемых трансформаторов получены путем изменения размеров базового трансформатора. Главным размером трансформатора, который определяет относительные размеры исследуемого трансформатора, является высота первичной обмотки  $h_1$ , равная основанию трапециевидального сечения вторичной обмотки  $h_2$  (рис. 2). Например, если этот размер уменьшается в два раза, а площадь сечения обмоток сохраняется неизменной, то в два раза увеличиваются ширины обмоток  $a_1$  и  $a_2$ . При этом соответственно меняются средний диаметр  $D$  и размеры окна магнитопровода. Расстояния от обмоток до магнитопровода сохраняются. Размеры обмоток и расстояние между обмотками базового трансформатора следующие:  $h_1 = 116$  мм,  $h_2 = 172,5$  мм,  $a_1 = 7,04$  мм,  $a_2 = 50,2$  мм,  $a_{12} = 1,14$  мм. Относительные размеры базового трансформатора равны  $h_1/h_2 = 0,674$ ,  $h_2/a_2 = 3,4$ .

Для анализа эффективности предложенной в статье методики учета трапециевидальной формы сечения вторичной обмотки выполнено сравнение результатов расчета по (3) и (10) с численным расчетом плоскопараллельного поля базового трансформатора и его модификаций. Погрешность расчета:



$$\Delta\% = \frac{L_{12} - L_{12}^{Точн}}{L_{12}^{Точн}} \cdot 100\% , \quad (15)$$

где  $L_{12}$  – индуктивность рассеяния, рассчитанная по (3) или (10),  $L_{12}^{Точн}$  – индуктивность рассеяния, рассчитанная численным методом.

Для базового трансформатора погрешность расчета индуктивности рассеяния по (10), полученная из опыта короткого замыкания, не превышает 5%, что подтверждают правомерность принятых допущений.

Результаты численного расчета приняты за точные. На рисунке 4 представлены зависимости погрешности расчета индуктивностей рассеяния трансформаторов по (10), а на рисунке 5 по (3).

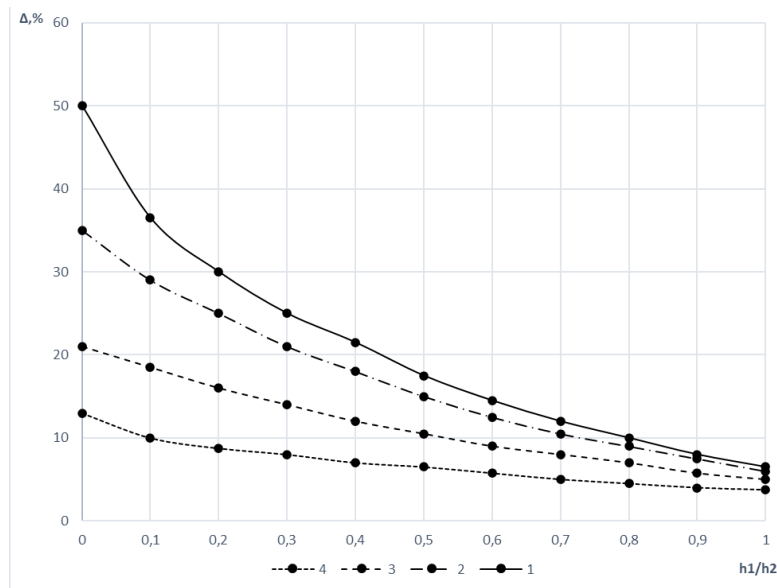


Рис. 4. Погрешность расчета индуктивности рассеяния с трапецидальной вторичной обмоткой по (10) (1 -  $h_2/a_2 = 4,3$ ; 2 -  $h_2/a_2 = 3,4$ ; 3 -  $h_2/a_2 = 2$ ; 4 -  $h_2/a_2 = 1,16$ )

Fig. 4. Error in calculating the scattering inductance with a trapezoidal secondary winding according to (10) (1 -  $h_2/a_2 = 4,3$ ; 2 -  $h_2/a_2 = 3,4$ ; 3 -  $h_2/a_2 = 2$ ; 4 -  $h_2/a_2 = 1,16$ )

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

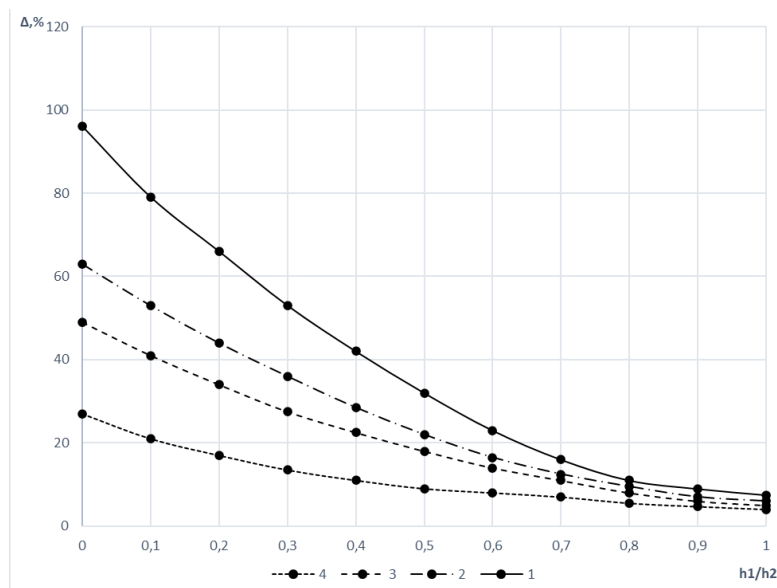


Рис. 5. Погрешность расчета индуктивности рассеяния трансформатора с трапецидальной вторичной обмоткой по (3) (1-  $h_2/a_2 = 4,3$ ; 2 -  $h_2/a_2 = 3,4$ ; 3-  $h_2/a_2 = 2$ ; 4 -  $h_2/a_2 = 1,16$ )

Fig. 5. Error in calculating the scattering inductance of a transformer with a trapezoidal secondary winding according to (3) (1-  $h_2/a_2 = 4,3$ ; 2 -  $h_2/a_2 = 3,4$ ; 3-  $h_2/a_2 = 2$ ; 4 -  $h_2/a_2 = 1,16$ )

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Из сравнения зависимостей на этих рисунках следует, что погрешность расчета по (3) при всех значениях  $h_1/h_2$  (кроме  $\frac{h_1}{h_2} = 1$ , так как это случай прямоугольного сечения обмотки) больше, чем по (10), причем разница между этими погрешностями увеличивается при уменьшении параметра  $h_1/h_2$ . Расчеты показали, что при  $h_1/h_2 > 0,8$  погрешности отличаются незначительно при всех  $h_2/a_2$ , а при  $h_1/h_2 < 0,8$  погрешность расчета по (3) может превышать погрешность расчета по (10) почти в два раза в зависимости от значения параметра  $h_2/a_2$ . Это сравнение позволяет сделать вывод об эффективности предложенной в статье методики учета трапециевидальной формы сечения вторичной обмотки. Необходимо отметить, что при уменьшении параметра  $h_1/h_2$  и увеличением  $h_2/a_2$  погрешность расчета по (10), учитывающей трапециевидальную форму сечения вторичной обмотки, увеличивается. Это связано с увеличением количества линий поля, которые отклоняются от прямых, параллельных оси трансформатора, то есть с нарушением основного допущения, принятого при получении (10). Для подтверждения на рисунке 6 показаны картины магнитного поля при разных значениях параметра  $h_1/h_2$  и  $h_2/a_2 = 0,674$ .

Определим диапазоны изменения параметров, когда расчеты по (10) не превышает 10%. Это условие соблюдается при  $h_1/h_2 > 0,8$  для любого из рассмотренных параметров  $h_2/a_2$ . При  $h_2/a_2 < 2$  погрешность меньше 10% наблюдается при  $h_1/h_2 > 0,5$ , а при  $h_2/a_2 < 1$  данный диапазон расширяется до  $h_1/h_2 > 0,1$ .

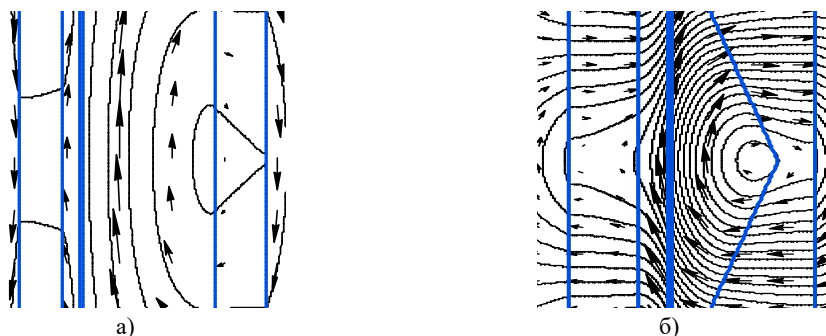


Рис. 6. Картины поля для базового трансформатора при разных соотношениях оснований трапециевидального сечения вторичной обмотки  $h_1/h_2 = 0,674$  трапециевидального сечения: а)  $h_1/h_2 = 0,674$ ; б)  $h_1/h_2 = 0$

Fig. 6. Field patterns for the base transformer at different ratios of the bases of the trapezoidal section of the secondary winding  $h_1/h_2 = 0,674$  of the trapezoidal section: а)  $h_1/h_2 = 0,674$ ; б)  $h_1/h_2 = 0$

\*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

При замене трапециевидальной катушки прямоугольной погрешность расчета индуктивности рассеяния также увеличивается при уменьшении параметра  $h_1/h_2$ , так как линии поля не только отклоняются от прямых линий, но и не учитывается изменение количества витков вторичной обмотки в радиальном направлении. Поэтому погрешность при таком подходе увеличивается, что видно из сравнения графиков на рисунках 4 и 5. Определим диапазоны изменения параметров, когда расчеты по (3) не превышает 10%. Это условие соблюдается при  $h_1/h_2 > 0,9$  для любого из рассмотренных параметров  $h_2/a_2$ . При  $h_2/a_2 < 2$  погрешность меньше 10% наблюдается при  $h_1/h_2 > 0,7$ , а при  $h_2/a_2 < 1$  данный диапазон расширяется до  $h_1/h_2 > 0,5$ .

#### Заключение (Conclusions)

1. В статье предложен метод расчета индуктивности рассеяния трансформатора, в котором учтена трапециевидальная форма сечения вторичной обмотки. Показано, что погрешность расчета существенно уменьшается по сравнению с погрешностью метода, разработанного для силовых трансформаторов с прямоугольным сечением обмоток.

2. Определены диапазоны изменения относительных параметров трансформатора, в котором погрешность разработанного метода не превышает 10% и его целесообразно использовать для многовариантных оптимизационных расчетов.

3. Время численного расчета индуктивности рассеяния трансформатора составляет несколько десятков секунд. Такой расчет следует выполнять при оптимизации трансформатора, когда погрешность аналитического расчета велика, то есть при  $a_2/h_2 > 3$  и одновременно при больших отклонениях формы сечения обмоток от прямоугольной  $h_1/h_2 < 0,4$ .

#### Литература

1. K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," in *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, April 2002, doi: 10.1109/4235.996017
2. Г.Н. Петров. Электрические машины. Часть первая. Введение. Трансформаторы. М: Энергия. 1974, 240 с.
3. Бутырин П.А., Алпатов М.Е. Аналитическая теория трансформаторов М: Национальный исследовательский университет МЭИ. 2019. С. 112
4. Ouyang, W. G. Hurley and M. A. E. Andersen, "Improved Analysis and Modeling of Leakage Inductance for Planar Transformers," in *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 7, no. 4, pp. 2225-2231, Dec. 2019, doi: 10.1109/JESTPE.2018.2871968.
5. L. M. R. Oliveira and A. J. M. Cardoso, "Leakage Inductances Calculation for Power Transformers Interturn Fault Studies," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 30, no. 3, pp. 1213-1220, June 2015, doi: 10.1109/TPWRD.2014.2371877.
6. Dawood K., Isik F., Kömürgöz Kırış G. Comparison of Analytical Method and Different Finite Element Models for the Calculation of Leakage Inductance in Zigzag Transformers, *ELEKTRONIKA IR ELEKTROTEHNIKA*, cilt.28, sa.1, pp.16-22, 2022.
7. A. Sharma and J. W. Kimball, "Evaluation of Transformer Leakage Inductance Using Magnetic Image Method," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 57, no. 11, pp. 1-12, Nov. 2021, Art no. 8401912, doi: 10.1109/TMAG.2021.3111479.
8. M. Lambert, F. Sirois, M. Martinez-Duro and J. Mahseredjian, "Analytical Calculation of Leakage Inductance for Low-Frequency Transformer Modeling," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 1, pp. 507-515, Jan. 2013, doi: 10.1109/TPWRD.2012.2225451.
9. Hernandez, F. de Leon and P. Gomez, "Design Formulas for the Leakage Inductance of Toroidal Distribution Transformers," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 26, no. 4, pp. 2197-2204, Oct. 2011, doi: 10.1109/TPWRD.2011.2157536.
10. M. Lambert, F. Sirois, M. Martinez-Duro and J. Mahseredjian, "Analytical Calculation of Leakage Inductance for Low-Frequency Transformer Modeling," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 1, pp. 507-515, Jan. 2013, doi: 10.1109/TPWRD.2012.2225451.
11. R. Torchio, "A Volume PEEC Formulation Based on the Cell Method for Electromagnetic Problems From Low to High Frequency," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 67, no. 12, pp. 7452-7465, Dec. 2019, doi: 10.1109/TAP.2019.2927789
12. Жуйков А.В., Кубаткин М.А., Ларин В.С., Матвеев Д.А., Никулов И.И., Хренов С.И. К определению индуктивностей рассеяния обмоток трансформаторов // *Электротехника*. 2019. №8. с. 46-53.
13. M. D'Antonio, S. Chakraborty and A. Khaligh, "Planar Transformer With Asymmetric Integrated Leakage Inductance Using Horizontal Air Gap," in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 12, pp. 14014-14028, Dec. 2021, doi: 10.1109/TPEL.2021.3089606.
14. Бутырин, Павел А., Семен Д. Дубицкий, и Николай В. Коровкин. "Численное моделирование электромагнитных полей: мультифизические задачи, инструментарий и обучение." *Электричество* 6 (2019): с.51-58.
15. COMSOL Multiphysics User's Guide, p.563.
16. E. D. Paramonov, I. Sakhno Liudmila, I. Sakhno Olga and E. Y. Kochetkova, "Analysis of Methods for Calculating Leakage Inductance of a High-Voltage Test Transformer," *2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EICon)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2024, pp. 680-684, doi: 10.1109/EICon61730.2024.10468519.

#### Авторы публикации

**Сахно Людмила Ивановна** – д-р техн. наук, профессор Высшей школы высоковольтной энергетики Санкт-Петербургского Политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7204-5449> lsahno2010@yandex.ru

**Парамонов Евгений Дмитриевич** – аспирант Высшей школы высоковольтной энергетики Санкт-Петербургского Политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия, paramon.j.e.k@gmail.com

**Сакно Ольга Ивановна** – канд. техн. наук, доцент кафедры «Высшая математика» Санкт-Петербургского Политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8879-986x> olga.sakhnoj@yandex.ru

**Кочеткова Елена Юрьевна** – канд. техн. наук, доцент Высшей школы высоковольтной энергетики Санкт-Петербургского Политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия, k\_eu@mail.ru

**Миневич Татьяна Геннадьевна** – канд. техн. наук, доцент Высшей школы высоковольтной энергетики Санкт-Петербургского Политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия, tm\_21@rambler.ru

#### References

1. K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," in *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, April 2002, doi: 10.1109/4235.996017
2. G.N. Petrov. *Elektricheskie mashiny. Chast' pervaya. Vvedenie. Transformatory*. M: Energiya. 1974, 240 s.
3. Butyrin P.A., Alpatov M.E. *Analiticheskaya teoriya transformatorov* M: Nacional'nyj issledovatel'skij universitet MEI. 2019. С. 112
4. Ouyang, W. G. Hurley and M. A. E. Andersen, "Improved Analysis and Modeling of Leakage Inductance for Planar Transformers," in *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 7, no. 4, pp. 2225-2231, Dec. 2019, doi: 10.1109/JESTPE.2018.2871968.
5. L. M. R. Oliveira and A. J. M. Cardoso, "Leakage Inductances Calculation for Power Transformers Interturn Fault Studies," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 30, no. 3, pp. 1213-1220, June 2015, doi: 10.1109/TPWRD.2014.2371877.
6. Dawood K., Isik F., K m rg z Kırış G. Comparison of Analytical Method and Different Finite Element Models for the Calculation of Leakage Inductance in Zigzag Transformers, *ELEKTRONIKA IR ELEKTROTEHNIKA*, cilt.28, sa.1, pp.16-22, 2022.
7. A. Sharma and J. W. Kimball, "Evaluation of Transformer Leakage Inductance Using Magnetic Image Method," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 57, no. 11, pp. 1-12, Nov. 2021, Art no. 8401912, doi: 10.1109/TMAG.2021.3111479.
8. M. Lambert, F. Sirois, M. Martinez-Duro and J. Mahseredjian, "Analytical Calculation of Leakage Inductance for Low-Frequency Transformer Modeling," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 1, pp. 507-515, Jan. 2013, doi: 10.1109/TPWRD.2012.2225451.
9. Hernandez, F. de Leon and P. Gomez, "Design Formulas for the Leakage Inductance of Toroidal Distribution Transformers," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 26, no. 4, pp. 2197-2204, Oct. 2011, doi: 10.1109/TPWRD.2011.2157536.
10. M. Lambert, F. Sirois, M. Martinez-Duro and J. Mahseredjian, "Analytical Calculation of Leakage Inductance for Low-Frequency Transformer Modeling," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 1, pp. 507-515, Jan. 2013, doi: 10.1109/TPWRD.2012.2225451.
11. R. Torchio, "A Volume PEEC Formulation Based on the Cell Method for Electromagnetic Problems From Low to High Frequency," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 67, no. 12, pp. 7452-7465, Dec. 2019, doi: 10.1109/TAP.2019.2927789
12. Zhujkov A.V., Kubatkin M.A., Larin V.S., Matveev D.A., Nikulov I.I., Hrenov S.I. K opredeleniyu induktivnostej rasseyaniya obmotok transformatorov // *Elektrotehnika*. 2019. №8. с. 46-53.
13. M. D'Antonio, S. Chakraborty and A. Khaligh, "Planar Transformer With Asymmetric Integrated Leakage Inductance Using Horizontal Air Gap," in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 12, pp. 14014-14028, Dec. 2021, doi: 10.1109/TPEL.2021.3089606.
14. Butyrin, Pavel A., Semen D. Dubickij, i Nikolaj V. Korovkin. \"Chislennoe modelirovanie elektromagnitnyh polej: mul'tifizicheskie zadachi, instrumentarij i obuchenie.\" *Elektrichestvo* 6 (2019): s.51-58.
15. COMSOL Multiphysics User's Guide, p.563.
16. E. D. Paramonov, I. Sakhno Liudmila, I. Sakhno Olga and E. Y. Kochetkova, "Analysis of Methods for Calculating Leakage Inductance of a High-Voltage Test Transformer," *2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EICon)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2024, pp. 680-684, doi: 10.1109/EICon61730.2024.10468519.

**Authors of the publication**

**Liudmila I. Sakhno** – Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University St. Petersburg, Russia, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7204-5449>, [lsahno2010@yandex.ru](mailto:lsahno2010@yandex.ru)

**Evgenii D. Paramonov** – Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University St. Petersburg, Russia, [paramon.j.e.k@gmail.com](mailto:paramon.j.e.k@gmail.com)

**Olga I. Sakhno** – Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University St. Petersburg, Russia, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8879-986x>, [olga.sakhnoj@yandex.ru](mailto:olga.sakhnoj@yandex.ru)

**Elena Y. Kochetkova** – Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University St. Petersburg, Russia, [k\\_ey@mail.ru](mailto:k_ey@mail.ru)

**Tatyana G. Minevich** – Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University St. Petersburg, Russia, [tm\\_21@rambler.ru](mailto:tm_21@rambler.ru)

*Шифр научной специальности: 2.4.2 Электротехнические комплексы и системы*

**Получено** **06.08.2024 г.**

**Отредактировано** **30.10.2024 г.**

**Принято** **15.11.2024 г.**