



РАЗРАБОТКА УНИВЕРСАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ТОПОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОГЕНЕРИРУЮЩИХ УСТАНОВКАХ

Варфоломеева О.И., Тененев В.А., Хворенков Д.А.

Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова,
г. Ижевск, Россия
varfolomeevaoi@mail.ru

Резюме: **АКТУАЛЬНОСТЬ.** Достоверное математическое описание процессов, сопровождающих нестационарные течения реагирующих горючих смесей газов, актуально для широкого круга задач, связанных с топочной техникой и теплогенерирующими установками. Разработка инструмента для численного моделирования котловых процессов позволит прогнозировать режимы и условия работы их элементов для улучшения технико-экономических показателей установки в целом. **ЦЕЛЬ.** Разработка математической модели, описывающей трехмерные нестационарные течения реагирующей смеси газов в топочных камерах, котельных пучках и газоходах котельных агрегатов. Рассмотрена возможность применения метода С.К. Годунова к численному моделированию процессов в топочных устройствах и конвективных элементах котельного агрегата. **МЕТОДЫ.** Трудоемкость моделирования топочных процессов связана с их нестационарностью, сложностью конфигурации расчетной области, что требует решения задачи в трехмерной постановке, протеканием процесса горения и наличием сопряженных процессов теплообмена с элементами котла. Поэтому математическая модель, описывающая течения реагирующей смеси газов в топочных камерах, котельных пучках и газоходах котельных агрегатов включает в себя трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса, энергии и турбулентности. Процесс горения природного газа в топке описывается в рамках простой химически реагирующей системы (ПХРС). Для учета процесса горения предложено добавить в уравнение переноса энергии источник, эквивалентный диффузионному горению при допущениях ПХРС. Для численной реализации математической модели процессов в элементах котла применен метод С.К. Годунова в сочетании со схемой MUSCL, обеспечивающей второй порядок аппроксимации разностных уравнений. **РЕЗУЛЬТАТЫ и ОБСУЖДЕНИЕ.** Разработана и численно реализована математическая модель, пригодная для расчета процессов гидродинамики и тепломассообмена в водотрубных котельных агрегатах. С помощью разработанного пакета прикладных программ выполнены ряд расчетов для водогрейного водотрубного котла марки КВ-ГМ-1,25-115. **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Предлагаемый подход к решению задачи разработки модели, пригодной для численного анализа топочных процессов, позволяет получить универсальный инструмент для расчетов и проектирования теплогенерирующих установок, который может быть применен для определения параметров тепловых и газодинамических процессов в котельных агрегатах. Это позволит усовершенствовать существующие конструкции или разработать новые с улучшенными технико-экономическими характеристиками, а также выявить и разрешить локальные проблемы, которые мешают работе котла и не решаются с помощью инженерных методов расчета.

Ключевые слова: топочные процессы; газовая динамика; теплообмен; численное моделирование; горение.

Для цитирования: Варфоломеева О.И., Тененев В.А., Хворенков Д.А. Разработка универсальной модели для численного анализа топочных процессов в теплогенерирующих установках // Известия высших учебных заведений. ПРОБЛЕМЫ ЭНЕРГЕТИКИ. 2025. Т. 27. № 6. С. 171-186. doi: 10.30724/1998-9903-2025-27-6-171-186.

DEVELOPMENT OF A UNIVERSAL MODEL FOR NUMERICAL ANALYSIS OF FIREBOX PROCESSES IN HEAT-GENERATING PLANTS

Varfolomeeva O.I., Tenenev V.A., Khvorenkov D.A.

Kalashnikov State Izhevsk Technical University, Izhevsk, Russia

varfolomeevaoi@mail.ru

Abstract: *RELEVANCE.* A reliable mathematical description of the processes accompanying unsteady flows of reacting combustible gas mixtures is relevant for a wide range of tasks related to furnace technology and heat generating plants. The development of a tool for numerical simulation of boiler processes will make it possible to predict the modes and operating conditions of their elements in order to improve the technical and economic performance of the installation as a whole. *PURPOSE.* Development of a mathematical model describing three-dimensional unsteady flows of a reacting mixture of gases in combustion chambers, boiler bundles and flues of boiler units. The possibility of applying S.K. Godunov's method to numerical modeling of processes in furnace devices and convective elements of a boiler unit is considered. *METHODS.* The complexity of modeling furnace processes is related to their non-stationarity, the complexity of the configuration of the computational domain, which requires solving the problem in a three-dimensional formulation, the course of the combustion process and the presence of associated heat exchange processes with boiler elements. Therefore, the mathematical model describing the flows of a reacting mixture of gases in combustion chambers, boiler bundles and flues of boiler units includes three-dimensional unsteady Navier-Stokes equations of energy and turbulence. The process of natural gas combustion in a firebox is described within the framework of a simple chemically reactive system (SCRS). To account for the combustion process, it is proposed to add to the energy transfer equation a source equivalent to diffusion combustion under the assumptions of SCRS. To numerically implement a mathematical model of processes in boiler elements, the S.K. Godunov method was used in combination with the MUSCL scheme, which provides a second-order approximation of difference equations. *RESULTS and DISCUSSIONS.* A mathematical model suitable for calculating the processes of hydrodynamics and heat and mass transfer in water-tube boiler units has been developed and numerically implemented. Using the developed application software package, a number of calculations were performed for the KV-GM-1,25-115 hot water tube boiler. *CONCLUSION.* The proposed approach to solving the problem of developing a model suitable for numerical analysis of combustion processes makes it possible to obtain a universal tool for calculating and designing heat generating plants, which can be used to determine the parameters of thermal and gas-dynamic processes in boiler units. This will make it possible to improve existing structures or develop new ones with improved technical and economic characteristics, as well as identify and resolve local problems that interfere with boiler operation and are not solved using engineering calculation methods.

Keywords: firebox processes; gas dynamics; heat transfer; numerical modeling; combustion.

For citation: Varfolomeeva O.I., Tenenev V.A., Khvorenkov D.A. Development of a universal model for numerical analysis of firebox processes in heat-generating plants. *Power engineering: research, equipment, technology.* 2025; 27 (6): 171-186. doi: 10.30724/1998-9903-2025-27-6-171-186.

Введение (Introduction)

Задача достоверного математического описания процессов, сопровождающих нестационарные течения реагирующих горючих смесей газов, актуальна для широкого круга задач, связанных с топочной техникой и теплогенерирующими установками. Технические устройства, в которых организовано сжигание топлива для получения тепловой энергии, как правило, в своей конструкции имеют такие элементы, как горелочные устройства, которые обеспечивают подачу компонентов с требуемыми параметрами, топочный объем, в котором размещаются поверхности нагрева, газоходы котельного агрегата и системы дымоудаления. Трудоемкость моделирования связана с нестационарностью процессов; сложностью конфигурации расчетной области, что требует решения задачи в трехмерной постановке; протеканием процесса горения; и наличием сопряженных процессов теплообмена с элементами котла. Необходимо

заметить, что некорректность расчета топочных процессов и тепломассообмена в элементах котла может быть критична, т.к. результаты расчета влияют на все основные характеристики котлоагрегата, которые определяют и компоновочные решения, и энергоэффективность котла, характеризующую КПД, и теплогенерирующей установки в целом. Очевидно, что такой показатель, как КПД котла имеет определяющее значение при проектировании и конструировании котельной техники, влияет на экономические показатели теплогенерирующего объекта в целом в течение всего его жизненного цикла.

Целью исследования является разработка пакета программ для численного моделирования газодинамических и тепловых процессов в элементах теплогенерирующих установок. Разработанная математическая модель предназначена для численного анализа трехмерных нестационарных течений реагирующей смеси газов в топочных камерах, котельных пучках и газоходах котельных агрегатов и включает в себя уравнения Навье-Стокса, энергии, уравнения, описывающие модель турбулентности и модель горения на основе простой химически реагирующей системы (далее ПХРС). Научная значимость исследования состоит в том, что предлагаемая модификация модели ПХРС позволяет адекватно описывать влияние тепловыделения от химической реакции горения без существенного усложнения математической модели.

Практическая значимость исследования заключается в расширении возможностей применения разработанной модели для оптимизации конструкций элементов устройств сжигания топлива и улучшения их технико-экономических показателей, в том числе на стадии разработки конструкции котельного агрегата.

Литературный обзор (Literature Review)

Инженерный подход к расчету топочных устройств и систем дымоудаления котельных агрегатов приведен в нормативном методе теплового расчёта котельных агрегатов. С практической точки зрения такой подход является продуктивным, когда необходимо выполнить расчет систем дымоудаления при проектировании котельных установок, либо при выполнении поверочных расчетов элементов котла. Тепловой расчет котла в полной постановке является чрезвычайно трудоемким, однако не позволяет учесть все особенности конструкции и протекания процессов, поэтому применение методов математического моделирования позволяет решать эту задачу с максимальной детализацией и с учетом всех возможных особенностей протекающих процессов.

Так в статье [1] представлена математическая модель гидродинамики и теплообмена в прямоточном паровом котле, основанная на одномерных нестационарных уравнениях, которая может применяться для котлов с циркуляцией. Обзор современных технологий, последних разработок в области высокотемпературных теплообменников приведен в [2]. В статье [3] проведен термодинамический анализ газового котельного агрегата на основе численной модели, реализованной на языке программирования Modelica. Модель горения основана на фиксированном расходе природного газа с заданным составом, который при сгорании образует стабильную смесь дымовых газов, процесс теплопередачи происходит от дымовых газов к циркулирующей воде. В статье [4] разработана модель теплопередачи и гидродинамики для изучения работы котла с циркуляцией рабочего тела в условиях переменной нагрузки. Модель позволяет рассчитывать независимо контуры экранных труб и конвективные пучки. В [5] представлены результаты исследования теплопередачи в установках утилизации тепла дымовых газов котлов, получены полуэмпирическая формула, устанавливающая зависимость между температурой точки росы и коэффициентом теплопередачи дымовых газов, безразмерная формула, устанавливающая взаимосвязь между коэффициентом теплопередачи и эксплуатационными параметрами котельного агрегата.

Вопросы применения численного моделирования, как инструмента расчета и оптимизации существующих конструкций котельных агрегатов рассмотрены, например, в [6-10, 13-15]. Как правило, в качестве инструментов применяются программные продукты комплексного расчета аэрогидродинамических течений при наличии тепломассообмена, химических реакций в многофазных системах сложной геометрии [10, 12] (FLUENT, FlowVision), а также специализированные программные продукты, предназначенные для расчета котельных агрегатов [6, 8], такие как SigmaFlame, FIRE 3D и др. Применение закрытых программных кодов ограничено интерфейсом программы и не всегда позволяет учесть особенности решаемых задач. Внутренние численные схемы и алгоритмы часто закрыты, а причины расходимости вычислительного процесса сложно определить. Адаптация программных продуктов под нестандартные задачи может быть сложна или невыполнима. Зачастую реальные процессы такие как многофазность, кинетика, горение описываются аппроксимационными зависимостями, которые могут некорректно

описывать конкретные задачи. Разработка своего программного продукта для решения конкретной задачи позволяет исключить недостатки применения известных программных продуктов для расчета течений, сопряженных с тепломассообменом.

Исследование топочных процессов в установках для сжигания топлива проведены рядом авторов с помощью пакетов программ собственной разработки, например, в работе [14, 15] приведены результаты теплового расчета камеры радиации печи пиролиза углеводородов на основе системы уравнений сохранения для сжимаемого реагирующего потока.

Материалы и методы (Materials and methods)

Математическая модель, пригодная для численного анализа трехмерных нестационарных течений реагирующей смеси газов в топочных камерах, котельных пучках и газоходах котельных агрегатов, включает в себя уравнения Навье-Стокса, энергии и уравнения, описывающие модель турбулентности. Расчетная область представляет собой газовый объем котельного агрегата, где организованы процессы горения, теплообмена и отвода продуктов сгорания. Газовый объем котельного агрегата включает в себя части, существенно отличающиеся по конструкции и протекающим в них процессам. Поэтому весь газовый тракт котельного агрегата разбивается на несколько расчетных областей, сопряженных друг с другом, для каждой из которых может применяться своя система координат.

Пример расчетной области водогрейного водотрубного котла с топочной камерой, смежной с газоходом, и расчетная сетка показаны на рисунке 1. Топочный объем I отделен от конвективного пучка II газоплотной перегородкой IV. Продукты сгорания в топочной камере разворачиваются вдоль перегородки и перенаправляются в конвективный пучок. Для такой компоновки газового тракта расчетная область разделена на две части (рис. 1б). Первая часть, топочная камера, является осесимметричной, в ней используется цилиндрическая система координат (x, r, φ) . Во второй части, конвективном пучке, применяется прямоугольная система координат (x, y, z) .

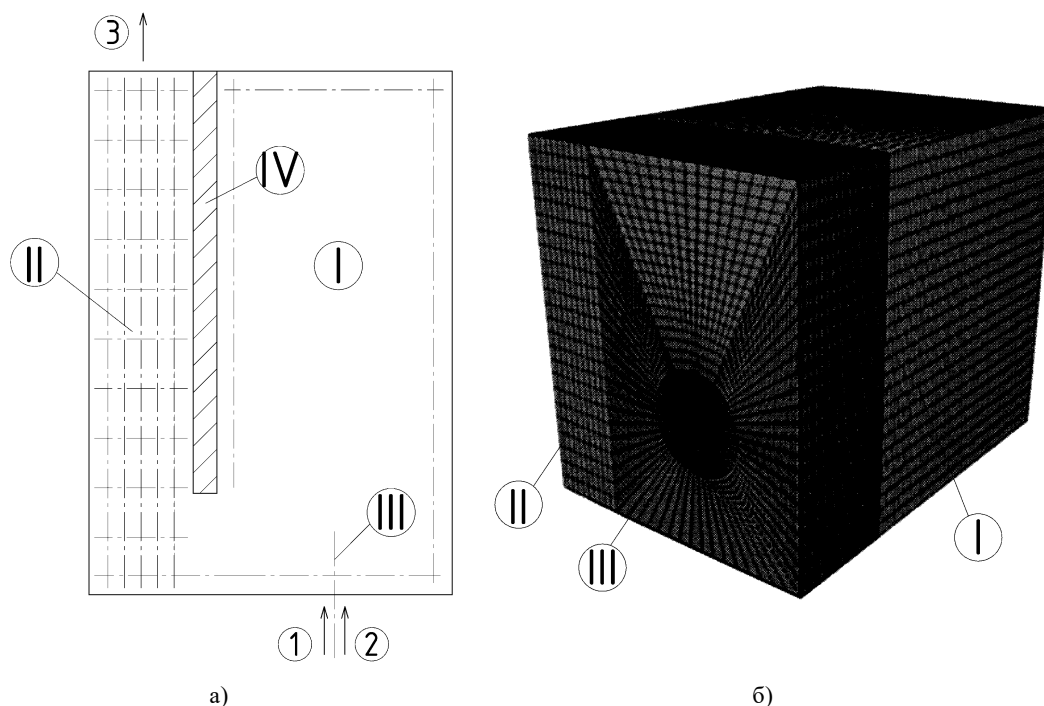


Рис. 1. Газовый объем котельного агрегата: а) в плане; б) расчетная сетка; I – топочная камера; II – конвективная часть; III – ось горелки; 1 – вход топлива; 2 – вход воздуха; 3 – выход продуктов сгорания

Fig. 1. Gas volume of the boiler unit: a) in plan; b) calculation grid; I – combustion chamber; II – convective section; III – burner axis; 1 – fuel inlet; 2 – air inlet; 3 – combustion product outlet

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Безразмерные уравнения, описывающие нестационарное неизотермическое течение реагирующего вязкого теплопроводного газа, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial(\xi_\beta^m \sigma)}{\partial \tau} + \frac{\partial[\xi_\beta^m(a - a_v)]}{\partial \xi_\alpha} + \frac{\partial[\xi_\beta^m(b - b_v)]}{\partial \xi_\beta} + \frac{\partial(c - c_v)}{\partial \xi_\gamma} = S \quad (1)$$

В зависимости от выбранной для расчетной области системы координат, координатами являются:

$$(\xi_\alpha, \xi_\beta, \xi_\gamma) = \begin{cases} (x, y, z) & | m=0 \\ (x, r, \varphi) & | m=1 \end{cases}, \quad (2)$$

где величина m определяет систему координат, а именно, $m=0$ соответствует декартовой системе координат, а $m=1$ – цилиндрической.

Векторы переменных, входящих в (1) записываются в виде

$$\begin{aligned} \sigma &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ \rho k \\ \rho \varepsilon \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho v u \\ \rho w u \\ u(E + p) \\ \rho u k \\ \rho u \varepsilon \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho w v \\ v(E + p) \\ \rho v k \\ \rho v \varepsilon \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ w(E + p) \\ \rho w k \\ \rho w \varepsilon \end{pmatrix}, \\ a_v &= \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \pi_{11} \\ \pi_{21} \\ \pi_{31} \\ \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{V} + \frac{(f_\varepsilon + \mu_T)}{\text{Pr}_T} \rho \gamma \frac{\partial U}{\partial \xi_\alpha} \\ \left(\Phi + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \rho \frac{\partial k}{\partial \xi_\alpha} \\ \left(\Phi + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_\alpha} \end{pmatrix}, \quad b_v = \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \pi_{12} \\ \pi_{22} \\ \pi_{32} \\ \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{V} + \frac{(\Phi + \mu_T)}{\text{Pr}_T} \rho \gamma \frac{\partial U}{\partial \xi_\beta} \\ \left(\Phi + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \rho \frac{\partial k}{\partial \xi_\beta} \\ \left(\Phi + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_\beta} \end{pmatrix}, \\ c_v &= \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \pi_{13} \\ \pi_{23} \\ \pi_{33} \\ \mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{V} + \frac{(\Phi + \mu_T)}{\text{Pr}_T} \rho \gamma \frac{\partial U}{\partial \xi_\gamma} \\ \left(\Phi + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \rho \frac{\partial k}{\partial \xi_\gamma} \\ \left(\Phi + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_\gamma} \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \left(p + \rho w^2 - \frac{\pi_{33}}{\text{Re}_0} \right) \\ m \left(-\rho v w + \frac{\pi_{23}}{\text{Re}_0} \right) \\ Q_T \\ \xi_\beta^m \rho (\chi D^2 - \varepsilon) \\ \xi_\beta^m \frac{\varepsilon}{k} \rho (\chi C_1 D^2 - c_2 \varepsilon) \end{pmatrix}, \quad (3) \end{aligned}$$

где σ – вектор зависимых переменных; a , b , c – конвективные члены; a_v , b_v , c_v – вязкие члены; S – источниковые члены; ρ – плотность газа; T – температура; Re_0 – число Рейнольдса; ε – полная энергия единицы объема газа; U – внутренняя энергия,

определяемая из уравнения состояния идеального газа; γ – показатель адиабаты; Pr_T – число Прандтля; $\mathbf{V} = (u, v, w)^T$ – вектор скорости в проекциях на векторы выбранного базиса $(\xi_\alpha, \xi_\beta, \xi_\gamma)$.

$$\text{Здесь } \text{Re}_0 = \frac{r_0 c_a^*}{\nu_0}; \quad e = \rho U + \rho \frac{|\mathbf{V}|^2}{2}; \quad U = c_v T = \frac{p}{(\gamma-1)\rho}; \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \text{ где } c_p \text{ и}$$

c_v – изобарные и изохорные теплоемкости.

Значения скорости и плотности нормируются относительно критических значений c_a^* и ρ^* . Давление p и энергия e нормируются относительно комплекса $\rho^* \cdot (c_a^*)^2$, где $c_a^* = \sqrt{\gamma \frac{p^*}{\rho^*}}$ – скорость звука. Для определения критических значений плотности и давления в зависимости от параметров торможения применяются следующие соотношения:

$$\rho^* = \rho_0 \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad p^* = p_0 \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Энергия турбулентности k и скорость диссипации энергии турбулентности ε нормируются относительно комплексов ν_0/τ и ν_0/τ^2 соответственно. Здесь $\tau = r_0/c_a^*$ – масштаб времени, r_0 – пространственный масштаб, ν_0 – коэффициент кинематической вязкости при температуре торможения T_0 .

Турбулентная вязкость определяется соотношением $\mu_T = c_\mu k^2/\varepsilon$ и нормируется относительно ν_0 . Температурная зависимость кинематической вязкости описывается формулой Сатерленда:

$$\nu_T = \nu_0 \Phi,$$

$$\text{где } \Phi = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{U}{U_0} \right)^{1.5} \frac{U_0 + U_s}{U + U_s}; \quad U_0 = \frac{c_v T_0}{(c_a^*)^2}; \quad U_s = \frac{c_v S_1}{(c_a^*)^2}.$$

Компоненты π_{ij} , входящие в состав вязких членов, образуют тензор $\mathbf{p}_i = (\pi_{ij})$:

$$\Pi = \rho(\Phi + \mu_T) \left(2 \text{def}(\mathbf{V}) - \frac{2}{3} \text{div}(\mathbf{V}) \right).$$

$$\text{В соотношениях (3) } C_1 = c_1 - \frac{\eta_\varepsilon}{1 + \beta_\varepsilon \eta_\varepsilon^3} \left(1 - \frac{\eta_\varepsilon}{\eta_{\varepsilon 0}} \right), \quad \text{где } \eta_\varepsilon = \frac{k \sqrt{2D^2}}{\varepsilon},$$

$$D = \text{def}(\mathbf{V}).$$

Приняты следующие значения констант $S_1 = 122 \text{ K}$; $c_\mu = 0.085$; $c_1 = 1.42$; $c_2 = 1.68$; $\beta_\varepsilon = 0.012$; $\eta_{\varepsilon 0} = 4.38$; $\sigma_k = 0.72$; $\sigma_\varepsilon = 0.72$.

Для математического описания процесса горения топлива используется модель горения простой химически реагирующей системы (далее ПХРС), которая включает три компонента – горючее, окислитель, продукты сгорания. Согласно модели, состояние газовой смеси в любой точке пламени характеризуется двумя параметрами: параметр смешения, отражающий степень перемешивания горючего и окислителя в данной точке пламени в результате молекулярной и турбулентной диффузии, и параметр химической реакции, характеризующий степень протекания химической реакции.

В рамках модели ПХРС используется понятие переноса сохраняющегося свойства j , которое определяется отношением суммарной концентрации непрореагировавших

компонентов (горючее и окислитель) к их исходной концентрации. Если обозначить n_i – концентрации компонентов (« i » соответствует: « $fuel$ » – горючий; « air » – окислительный и « $inert$ » – инертный компоненты газа), то получим выражение для j :

$$j = \frac{n_{fuel} - \frac{n_{air}}{\phi} + \frac{n_{air0}}{\phi}}{n_{fuel0} + \frac{n_{air0}}{\phi}}, \quad (4)$$

где индекс « $fuel$ » соответствует параметрам на поверхности подачи горючего, а « air » – на поверхности подачи воздуха. Индекс « 0 » обозначает параметр на входе компонента в расчетную область. Величина ϕ определяет стехиометрическое соотношение компонентов по формуле $n_{fuel} = n_{air} / \phi$.

Из комбинации уравнения энергии и уравнений для концентраций получено выражение, связывающее j с температурой:

$$j = \frac{c_p(T - T_{air0}) + n_{fuel}Q_l}{c_p(T_{fuel0} - T_{air0}) + n_{fuel0}Q_l}, \quad (5)$$

где c_p – теплоемкость при постоянном давлении, Q_l – низшая теплота сгорания топлива.

Добавим к системе еще одно уравнение:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} j) = \nabla \cdot D_j \nabla j, \quad (6)$$

где $D_j = (\Phi + \phi) / \text{Pr}_T$ – коэффициент переноса.

В уравнении (6) граничные условия на поверхности подачи горючего – $j = 1$, на поверхности подачи окислителя – $j = 0$.

Положение фронта пламени определяется условием:

$$j_f = \frac{\frac{n_{air0}}{\phi}}{n_{fuel0} + \frac{n_{air0}}{\phi}}. \quad (7)$$

Используя соотношение (7), можно определить значения концентрации горючего n_{fuel} и окислителя n_{air} , а также температуру газа:

$$\begin{aligned} &\text{–при } j < j_f, n_{fuel} = 0, n_{air} = n_{air0} \frac{j_f - j}{j_f}, T_{comb} = T_{air} + \frac{j}{j_f} (T_a - T_{air}); \\ &\text{–при } j > j_f, n_{air} = 0, n_{fuel} = n_{fuel0} \frac{j_f - j}{j_f - 1}, T_{comb} = T_{fuel} + \frac{1 - j}{1 - j_f} (T_a - T_{fuel}). \end{aligned} \quad (8)$$

Температура в стехиометрической смеси при адиабатных условиях T_a определяется соотношением:

$$T_a = T_{air} + \left(T_{fuel} - T_{air} + \frac{Q_l}{c_p} \right) j_f,$$

где T_{air} , T_{fuel} , T_{comb} – температура воздуха и топлива на входе и температура продуктов сгорания соответственно. Соотношения (8) для температуры использовались в предположении оптически тонкого газа, что справедливо для продуктов сгорания газа в воздухе.

Температура, определенная по (8), не учитывает движения продуктов горения. Для уравнения энергии в рамках модели ПХРС необходимо определить приход энергии в результате сгорания газа $Q = \dot{m}Q_l$. Для нахождения прихода энергии необходимо определить массовую скорость горения \dot{m} , что требует задания констант химических реакций и выходит за рамки ПХРС. При рассмотрении стационарной картины сгорания система дифференциальных уравнений решается методом установления. В этом случае

введем выражение для Q , чтобы согласовать величину температуры продуктов сгорания T , полученную из уравнения энергии, с температурой T_{comb} :

$$Q = z \left| \frac{T_{comb} - T}{T_a} \right| \left(\frac{T_{comb} - T}{T_a} \right),$$

где β – итерационный коэффициент, определяемый как $z = G(U_{comb} - U) \left| \frac{T_a^2}{T_{comb} - T} \right|$,

где G – расход топлива в рамках модели ПХРС; $(U_{comb} - U)$ – разница внутренней энергии топлива в рамках модели ПХРС и по результатам численного расчета; $(T_{comb} - T)$ – разность температуры смеси, вычисленной в рамках модели ПХРС и по результатам численного расчета.

В процессе установления T стремится к T_{comb} . Пример процесса установления приведен на рисунке 2.

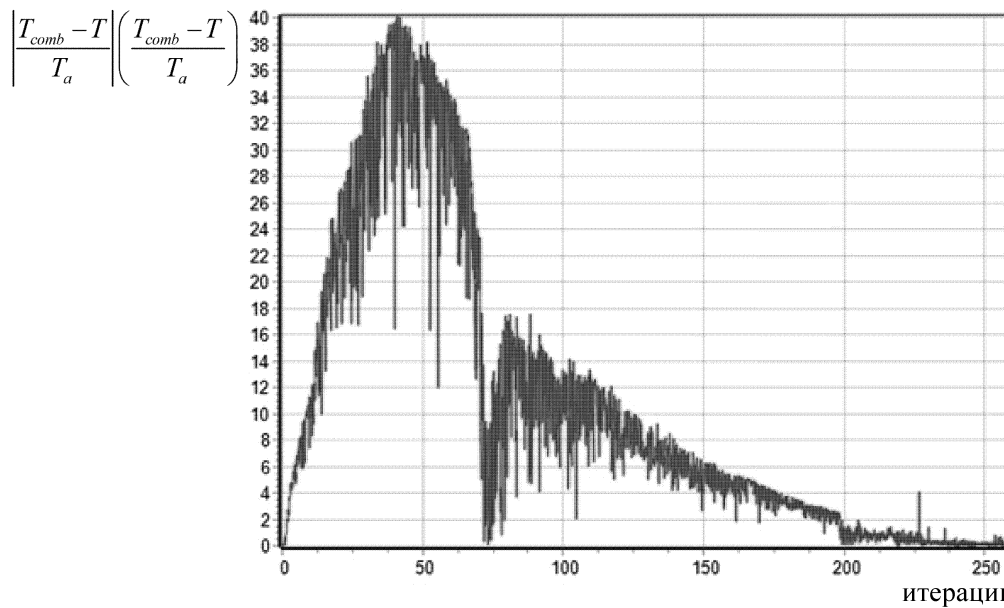


Рис. 2. Процесс установления $T \rightarrow T_{comb}$

Fig. 2. Establishment of the numerical solution $T \rightarrow T_{comb}$

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Для уравнения (1) заданы следующие граничные условия:

– входная граница: заданы вектор скорости; условие постоянства энтропии; соотношения на характеристике, входящей в область; начальные уровни турбулентности k и ε , соответствующие $\mu_T = 1$;

– выходная граница: заданы давление p_a ; «мягкие» условия для k и ε ;

– твердые стенки: заданы условие прилипания для скорости; нулевые градиенты по направлению нормали для k и ε ; для уравнения энергии – условия теплообмена со стенками.

Система уравнений (1) численно решается методом контрольного объема [17]. Выражение для потоков величин через грань g :

$$\Pi_g = \Delta \tau^n \cdot l_g \begin{bmatrix} \Gamma(\Omega - \Theta) \\ \Gamma(\Omega - \Theta)U - v_x P \\ \Gamma(\Omega - \Theta)V - v_y P \\ \Gamma(\Omega - \Theta)W - v_z P \\ \Gamma(\Omega - \Theta)E - \Theta P \\ \Gamma(\Omega - \Theta)K \\ \Gamma(\Omega - \Theta)\Xi \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где Γ – плотность; U, V, W – скорости; E – энергия; P – давление; K – энергия турбулентности; Ξ – скорость диссипации; Ω – скорость грани в направлении нормали; Θ – нормальная составляющая вектора скорости; l_g – площадь поверхности соответствующей грани; $\Delta \tau^n$ – шаг по времени, где $n=1$ для нестационарной задачи, $n=0$ – для стационарной.

Величины Γ, U, V, W, E определяются из решения для каждой грани g (рис. 3) общей задачи о распаде произвольного разрыва по методу С.К. Годунова [18] с двумя наборами газодинамических параметров в контрольных объемах, сопряженных по этой грани. Величины K, Ξ на гранях контрольного объема определяются в соответствии с направлением нормали скорости.

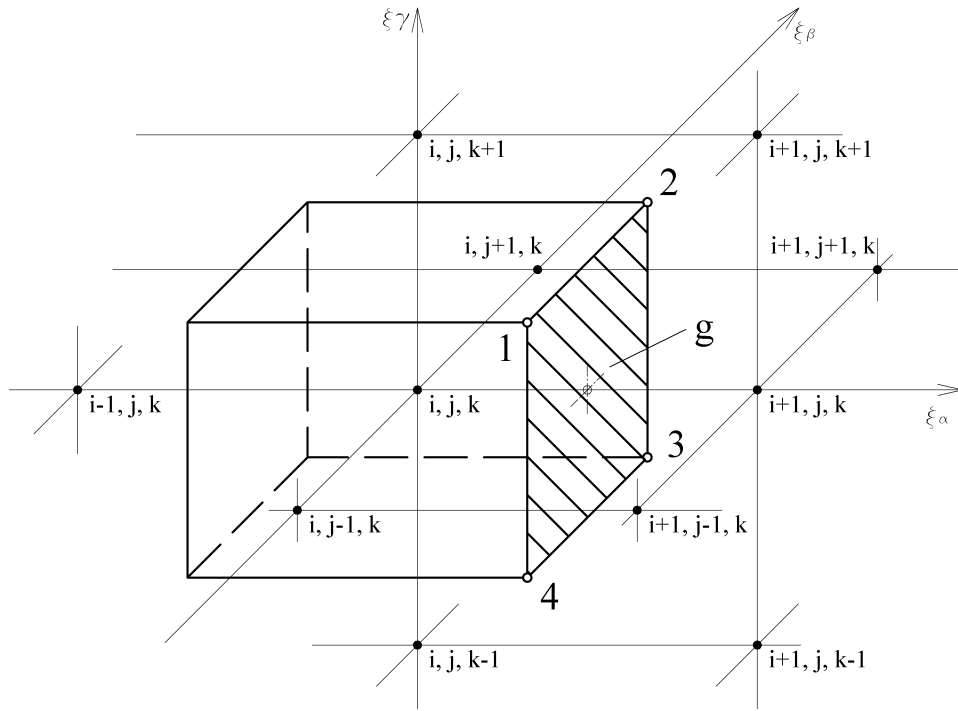


Рис. 3. Схема контрольного объема

Fig. 3. Control volume diagram

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Для контрольных объемов (рис. 3) в виде произвольного многогранника рассчитываются нормали для каждой грани. В декартовой системе координат для четырехугольника с вершинами 1, 2, 3, 4 (нумерация против часовой стрелки) определяются:

– вектор нормали:

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} \delta y_{21} \delta z_{32} - \delta y_{32} \delta z_{21} + \delta y_{43} \delta z_{14} - \delta y_{14} \delta z_{43} \\ \delta z_{21} \delta x_{32} - \delta z_{32} \delta x_{21} + \delta z_{43} \delta x_{14} - \delta z_{14} \delta x_{43} \\ \delta x_{21} \delta y_{32} - \delta x_{32} \delta y_{21} + \delta x_{43} \delta y_{14} - \delta x_{14} \delta y_{43} \end{bmatrix},$$

где $\delta x_{ij} = x_i - x_j$. По остальным осям запись аналогична;

– тангенциальный вектор: $\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta x_{31} \\ \delta y_{31} \\ \delta z_{31} \end{bmatrix};$

– третий орт: $\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} = [\bar{\mathbf{N}} \times \bar{\mathbf{T}}]$, где векторы $\bar{\mathbf{N}}, \bar{\mathbf{T}}$ нормированы.

Проекции вектора скорости $\bar{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$ на орты определяются как скалярные

произведения $U_N = (\bar{\mathbf{V}}, \bar{\mathbf{N}}); V_T = (\bar{\mathbf{V}}, \bar{\mathbf{T}}); W_S = (\bar{\mathbf{V}}, \bar{\mathbf{S}}).$

Величины скорости на ребре восстанавливаются после решения задачи о распаде произвольного разрыва: $U = v_x U_N + \tau_x V_T + s_x W_S, \quad V = v_y U_N + \tau_y V_T + s_y W_S, \quad W = v_z U_N + \tau_z V_T + s_z W_S.$ Вычисляются потоки $\Gamma, U, V, W, E, P, K, \Xi$ через грани по (9).

Градиенты переменных, входящие в компоненты π_{ij} , тензор Π вычисляются в середине каждой грани через значения переменных в окружающих контрольных объемах, как это описано в работе [19] по координате ξ_α по формуле:

$$\frac{\partial F}{\partial \xi_\alpha} = \sum_{l=1}^3 c_\alpha^l b_l \quad \text{или} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi_\alpha} = c_\alpha^1 b_1 + c_\alpha^2 b_2 + c_\alpha^3 b_3 \quad (10)$$

Аналогично (10) определяются градиенты переменных по координатам ξ_β и ξ_γ . В (10) $F = (\rho, u, v, w, p, k, \varepsilon)$ – вектор зависимых переменных. Величины b_l определяют потоки переменных через рассматриваемую грань контрольного объема; c_α^l – расстояние между точками, в которых определяются переменные для расчета потока b_l через соответствующую грань; $\xi_\alpha, \xi_\beta, \xi_\gamma$ – соответствующие координаты по (2).

Для правой грани контрольного объема, обозначенной штриховкой на рисунке 3, перпендикулярной оси x (координата ξ_α), величины c_α^l и b_l определяются соотношениями, приведенными в таблице 1.

Узловые точки, значения зависимых переменных в которых участвуют в расчете градиентов зависимых переменных для правой грани контрольного объема, перпендикулярной оси x , обозначены на рисунке 3.

Таблица 1
Table 1

Соотношения для определения величин b и c
Relationships for determining quantities b and c

	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$
b_l	$F_{i+1,jk} - F_{ijk}$	$F_{ij+1k} - F_{ij-1k} + F_{i+1,j+1k} - F_{i+j-1k}$	$F_{ijk+1} - F_{ijk-1} + F_{i+1,jk+1} - F_{i+1,jk-1}$
c_l	$\xi_{i+1,jk} - \xi_{ijk}$	$\xi_{ij+1k} - \xi_{ij-1k} + \xi_{i+1,j+1k} - \xi_{i+j-1k}$	$\xi_{ijk+1} - \xi_{ijk-1} + \xi_{i+1,jk+1} - \xi_{i+1,jk-1}$
c_α^l	$\frac{\mathbf{c}_\beta \times \mathbf{c}_\gamma}{\mathbf{c}_1 \cdot (\mathbf{c}_2 \times \mathbf{c}_3)}$	$\frac{\mathbf{c}_\beta \times \mathbf{c}_\gamma}{\mathbf{c}_2 \cdot (\mathbf{c}_3 \times \mathbf{c}_1)}$	$\frac{\mathbf{c}_\beta \times \mathbf{c}_\gamma}{\mathbf{c}_3 \cdot (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{c}_2)}$

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Переход к следующему шагу по времени осуществляется по двухшаговой схеме со вторым порядком точности:

$$\begin{aligned}
 & \text{– блок 1 } \sigma_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} G_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \sigma_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n - \left(\sum_g \Pi_g^n - s_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n \right) \frac{\Delta \tau^n}{2}, \\
 & \sigma_{i,j,k}^{n+1} G_{i,j,k}^{n+1} = \sigma_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n - \left(\sum_g \Pi_g^{n+\frac{1}{2}} - s_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} G_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \Delta \tau^n; \\
 & \text{– блок 2 } \sigma_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = m_{i,j,k}^n - \frac{1}{G_{i,j,k}^n} \left(\sum_g \Pi_g^n - s_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n \right) \frac{\Delta \tau^n}{2}, \\
 & \sigma_{i,j,k}^{n+1} = \sigma_{i,j,k}^n - \frac{1}{G_{i,j,k}^n} \left(\sum_g \Pi_g^{n+\frac{1}{2}} - s_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} G_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \Delta \tau^n,
 \end{aligned}$$

где i, j, k – номер контрольного объема; $G_{i,j,k}^n$ – величина контрольного объема на временном шаге n ; суммирование потоков проводится по всем граням g контрольного объема.

Результаты и обсуждение (Results and discussion)

С помощью разработанной модели получены численные результаты расчета течения с горением и теплообменом в топочной камере и конвективном пучке водогрейного котельного агрегата КВ-ГМ-1,25-115 конструкции «Теплогаз», производства ООО «Энергетическая компания «ЭНКО», расчетная область которого показана на рисунке 1. Температурное поле в топочной камере и конвективном пучке приведены в виде линий тока с цветовой индикацией по температуре (рис. 4).

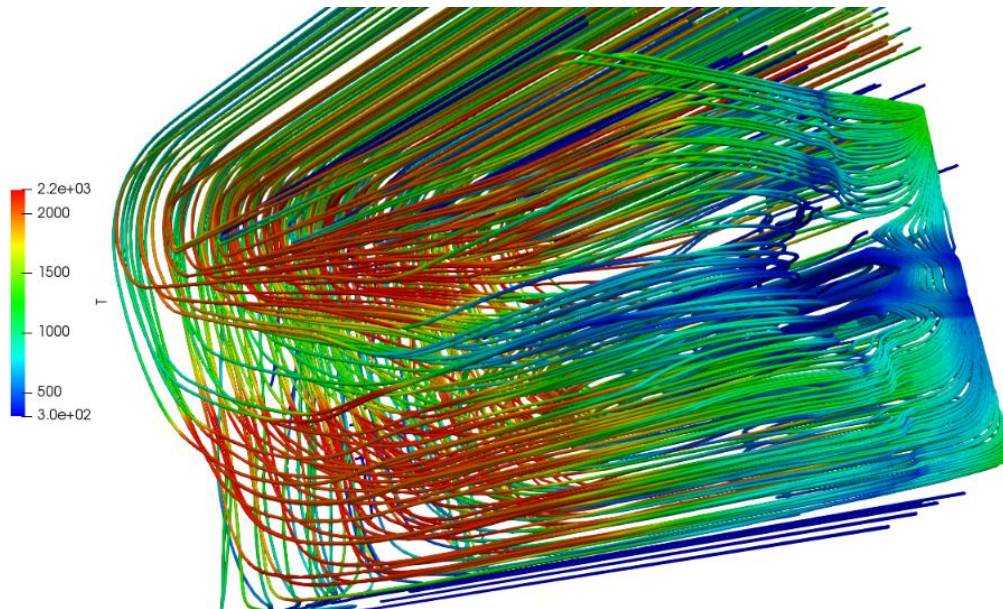


Рис. 4. Картина течения и температура в топке и конвективной части котла (температура указана по шкале Кельвина)

Fig. 4. Flow pattern and temperature in the firebox and convective section of the boiler (temperature is indicated in Kelvin)

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

На рисунке 5 показано поле скорости в топочной камере и конвективном пучке в горизонтальной плоскости котла. Из рисунка видно, что в топочной камере образуется зона обратных токов продуктов сгорания к горелке котла, а задняя стенка топочной камеры находится в области натекания струи продуктов сгорания.

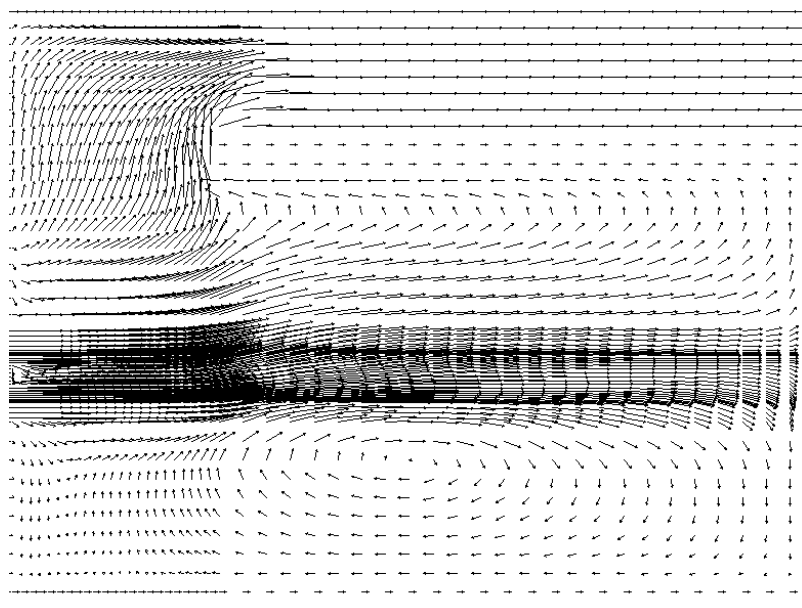


Рис. 5. Поле скорости в плоскости (ξ_α, ξ_β) , $\xi_\gamma = 0$ Fig. 5. Velocity field in the plane (ξ_α, ξ_β) , $\xi_\gamma = 0$

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Температурное поле на стенках топочной камеры неравномерное, на задней стенке неравномерность еще более выражена из-за натекания на нее струи продуктов сгорания (рис. 6).

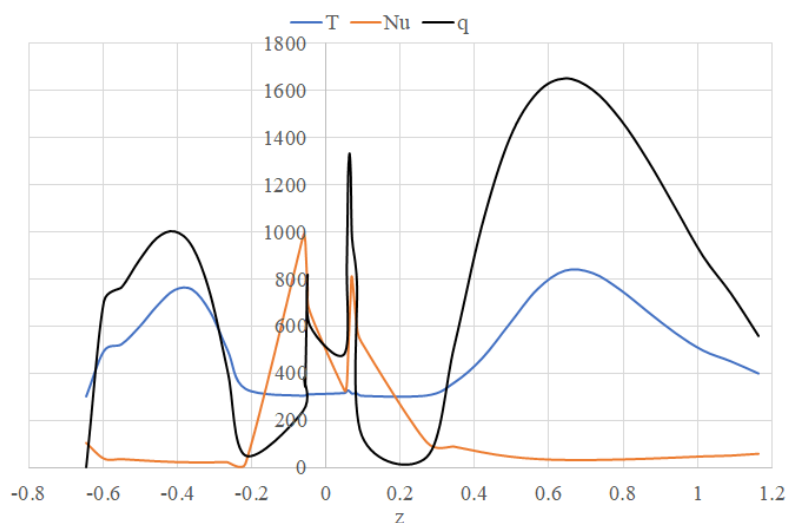


Рис. 6. Распределение температуры (T , K), числа Нуссельта (Nu), теплового потока (q , Bm/m^2) на задней стенке топочной камеры Fig. 6. Distribution of temperature (T , K), Nusselt number (Nu), heat flux (q , Bm/m^2) on the rear wall of the firebox

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

В конвективном пучке продукты сгорания проходят через ряды труб с коридорным расположением. Для расчета течения строится криволинейная разностная сетка в плоскости (ξ_α, ξ_β) (рис. 7). В плоскости (ξ_α, ξ_γ) – сетка прямоугольная.

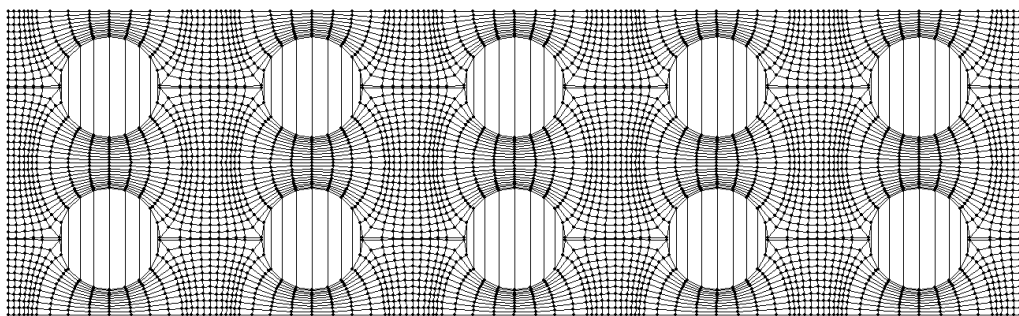


Рис. 7. Разностная сетка в плоскости (ξ_α, ξ_β) Fig. 7. Numerical grid in the plane (ξ_α, ξ_β)

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

В конвективной части котла, имеющей форму параллелепипеда, формируется практически плоское вихревое течение. Поле скорости показано на рисунке 8.

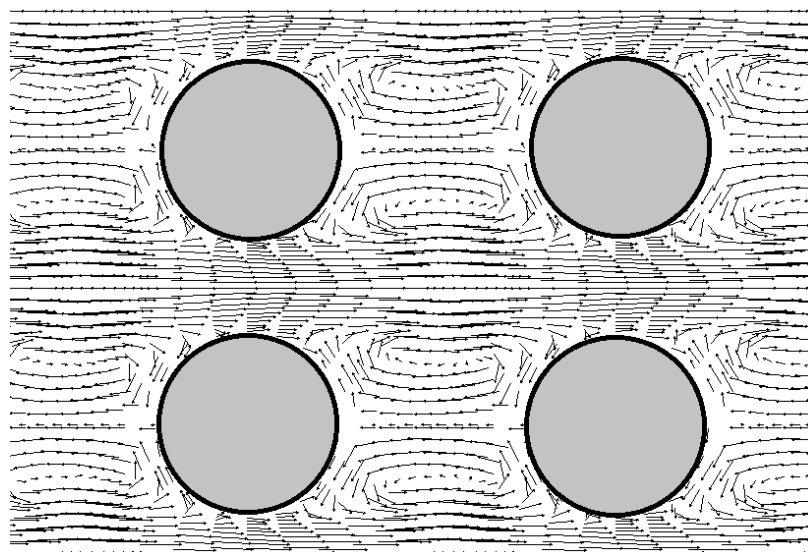


Рис. 8. Фрагмент поля скорости в конвективной части котла в плоскости (ξ_α, ξ_β) Fig. 8. Fragment of the velocity field in the convective section of the boiler in the plane (ξ_α, ξ_β)

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Заключение (Conclusions)

Для численной реализации математической модели процессов в водогрейном котле применен метод С.К. Годунова в сочетании со схемой MUSCL, обеспечивающей второй порядок аппроксимации разностных уравнений. Процесс горения природного газа в воздухе описывается в рамках простой химически реагирующей системы. Предложено для учета процесса горения добавить в уравнение переноса энергии источник, эквивалентный диффузионному горению при допущениях ПХРС. Численное моделирование показало существенную неоднородность параметров газодинамики и теплообмена в топочной камере. По тракту конвектора наблюдается вихревое течение. Предлагаемый подход к решению задачи разработки модели, пригодной для численного анализа топочных процессов, позволяет получить универсальный инструмент для расчетов и проектирования теплогенерирующих установок, который может быть применен для определения параметров тепловых и газодинамических процессов в котельных агрегатах. Это позволит усовершенствовать существующие конструкции или разработать новые с улучшенными технико-экономическими характеристиками, а также выявить и разрешить локальные проблемы, которые мешают работе котла и не решаются с помощью инженерных методов расчета.

Литература

1. Lukas Hubka. Temperature Dynamic Model of Once-through Boiler Based on Flue Gases Heat Transports // Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy) August 28 -

September 2, 2011. pp. 8265-8270.

2. Sajjad Mahmoudinezhad, Meisam Sadi, Hamed Ghiasirad, et al. A comprehensive review on the current technologies and recent developments in high-temperature heat exchangers // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2023. Vol. 183. Доступно по: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2023.113467>. Ссылка активна на 03 октября 2025.

3. Katarina Simić, Ilya T'Jollyn, Willem Faes, et al. Dynamic modelling of gas-fired condensing boiler units for the use in residential buildings. Proceedings of the 15th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics. HEFAT 2021. pp. 688-693.

4. R.S.Jha, Mandar M. Lele. Dynamic modeling of a water tube boiler // Heat Transfer. 2022. Vol. 51, №7. pp. 6087-6121. Доступно по: <https://doi.org/10.1002/htj.22581>. Ссылка активна на 03 октября 2025.

5. Wei Zhang, Suilin Wang, Lianbo Mu, et. al. Investigation of the forced-convection heat-transfer in the boiler flue-gas heat recovery units employing the real-time measured database // Energy. 2022. Vol. 238, Part A. Доступно по: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121715> Ссылка активна на 03 октября 2025.

6. Марьяндышев П.А., Чернов А.А., Любов В.К. Численное моделирование топочного процесса низкоэмиссионного вихревого котла // Международный журнал экспериментального образования. 2015. № 6. С. 59-66.

7. Сабитов М.А., Ведерникова Ю.А. Спасилов В.М. Анализ тепловых процессов в котлоагрегате путем имитационного моделирования // Современные наукоемкие технологии. 2018. №10. С. 109-112.

8. Тайлашева Т.С. Моделирование топочной среды в котле типа ДКВР при сжигании природного газа // Известия Томского политехнического университета. 2009. Т. 314. №4. С. 42-47.

9. Бойко Е.А., Пачковский С.В., Вольнев В.Н. и др. Имитационный динамический тренажер для отработки процессов в топочных устройствах паровых котлов // Теплоэнергетика. 2022. №4. С. 81-92.

10. Деев Равад. Численное исследование характеристик теплообмена и гидравлического сопротивления шахматных пучков сдвоенных труб круглой и каплевидной формы // Тепловые процессы в технике. 2020. Т. 12. №10. С. 434-444.

11. Крутова И.А., Золотоносов Я.Д. Решение сопряженной задачи теплообмена для конических теплообменных аппаратов. Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2024;26(6):214-226. <https://doi.org/10.30724/1998-9903-2024-26-6-214-226>

12. Бадретдинова Г.Р., Калимуллин И.Р., Зинуров В.Э. и др. Оценка моделей турбулентности при внешнем обтекании нагреваемой трубы. Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2023;25(2):176-186. <https://doi.org/10.30724/1998-9903-2023-25-2-176-186>

13. Блинов В.Л., Зубков И.С., Бродов Ю.М. и др. Моделирование течения в тракте комплексного воздухоочистительного устройства ГТУ // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2021;23(4):66-83. <https://doi.org/10.30724/1998-9903-2021-23-4-66-83>

14. Вафин Д.Б., Ваньков Ю.В. Тепловой расчет камеры радиации печи пиролиза углеводородов с несимметричным расположением настенных горелок // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2023; 25(5): 126-140. <https://doi.org/10.30724/1998-9903-2023-25-5-126-140>

15. Вафин Д.Б., Ваньков Ю.В. Моделирование теплового состояния камер радиации печей пиролиза углеводородов с большим количеством ярусов горелок // Современные наукоемкие технологии. 2025. № 2. С. 30-35. <https://doi.org/10.17513/snt.40300>

16. D. B. Spalding Combustion and Mass transfer. Pergamon Press. 1979. 200 p.

17. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

18. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

19. Wesseling P., Segal A., Kassel C.G.M. Computing flows on general three-dimensional nonsmooth staggered grids // Journal of Computational Physics. 1999. Vol.149. pp. 333-362.

Авторы публикации

Варфоломеева Ольга Ивановна – канд. техн. наук, доцент, проректор по учебной работе

Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Россия. ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-8094-5140>. varfolomeevaoi@mail.ru

Тенев Валентин Алексеевич – д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры «Высшая математика» Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Россия. ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7685-609X>. tenenev@istu.ru

Хворенков Дмитрий Анатольевич – канд. техн. наук, доцент кафедры «Теплоэнергетика» Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Россия. ORCID*: <https://orcid.org/0000-0002-9838-7404>. d.a.khvorenkov@istu.ru

References

1. Lukas Hubka. Temperature Dynamic Model of Once-through Boiler Based on Flue Gases Heat Transports. *Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011*. pp. 8265-8270.
2. Sajjad Mahmoudinezhad, Meisam Sadi, Hamed Ghiasirad, et al. A comprehensive review on the current technologies and recent developments in high-temperature heat exchangers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2023. Vol. 183. doi: 10.1016/j.rser.2023.113467
3. Katarina Simić, Ilya T'Jollyn, Willem Faes, et al. Dynamic modelling of gas-fired condensing boiler units for the use in residential buildings. *Proceedings of the 15th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics. HEFAT 2021*. pp. 688-693.
4. R.S.Jha, Mandar M. Lele. Dynamic modeling of a water tube boiler. *Heat Transfer*. 2022;51(7):6087-34. doi: 10.1002/htj.22581
5. Wei Zhang, Suilin Wang, Lianbo Mu, et. al. Investigation of the forced-convection heat-transfer in the boiler flue-gas heat recovery units employing the real-time measured database. *Energy*. 2022;238(A) doi: 10.1016/j.energy.2021.121715
6. Mar'yandyshev P.A., Chernov A.A., Lyubov V.K. Chislennoye modelirovaniye topochnogo protsessa nizkoemissionnogo vikhrevogo kotla. *Mezhdunarodnyy zhurnal eksperimental'nogo obrazovaniya*. 2015; 6:59-66. (In Russ).
7. Sabitov M.A., Vedernikova YU.A. Spasibov V.M. Analiz teplovykh processov v kotloagregate putem imitacionnogo modelirovaniya. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. 2018;10:109-112. (In Russ).
8. Tajlasheva T.S. Modelirovanie topochnoy sredy v kotle tipa DKVR pri szhiganii prirodnogo gaz. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*. 2009;314(4): 42-47. (In Russ).
9. Bojko E.A., Pachkovskij S.V., Vol'nev V.N., et al. Imitacionnyj dinamicheskij trenazher dlya otrabotki processov v topochnykh ustroystvakh parovykh kotlov. *Teploenergetika*. 2022; 4:81-92. (In Russ).
10. Deeb Ravad. Chislennoe issledovanie harakteristik teploobmena i gidravlicheskogo soprotivleniya shahmatnykh puchkov sdvoennykh trub krugloy i kaplevidnoy formy. *Teplovye processy v tekhnike*. 2020; 12(10):434-444. (In Russ).
11. Krutova I.A., Zolotonosov Ya.D. Solution of the conjugate heat exchange problem for conical heat exchangers. *Power engineering: research, equipment, technology*. 2024;26(6):214-226. (In Russ.) doi: 10.30724/1998-9903-2024-26-6-214-226
12. Badretdinova G.R., Kalimullin I.R., Zinurov V.E., et al. Evaluation of turbulence models in the external flow around the heated pipe. *Power engineering: research, equipment, technology*. 2023;25(2):176-186. (In Russ.) doi: 10.30724/1998-9903-2023-25-2-176-186
13. Blinov V.L., Zubkov I.S., Brodov Yu.M., et al. Flow simulation in air intake system of gas turbine. *Power engineering: research, equipment, technology*. 2021;23(4):66-83. (In Russ). doi: 10.30724/1998-9903-2021-23-4-66-83
14. Vafin D.B., Vankov Y.V. Thermal calculation of the radiation chamber of a hydrocarbon pyrolysis furnace with a non-symmetric arrangement wall-mounted burners. *Power engineering: research, equipment, technology*. 2023;25(5):126-140. (In Russ). doi: 10.30724/1998-9903-2023-25-5-126-140.
15. Vafin D.B., Van'kov YU.V. Modelirovanie teplovogo sostoyaniya kamer radiatsii pechej piroliza uglevodorodov s bol'shim kolichestvom yarusov gorelok. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. 2025;2:30-35. (In Russ). doi: 10.17513/snt.40300

16. Spalding DB. *Combustion and Mass transfer*. Pergamon Press; 1979. 200 p.
17. Patankar S. *Chislennye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti*. Moscow: Energoatomizdat, 1984; 152 p.
18. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.YA. et al. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki*. Moscow: Nauka, 1976; 400 p.
19. Wesseling P., Segal A., Kassel C.G.M. Computing flows on general three-dimensional nonsmooth staggered grids. *Jornal of Computational Phisics*. 1999;149:333-29.

Authors of the publication

Olga I. Varfolomeeva – Kalashnikov State Izhevsk Technical University, Izhevsk, Russia.
ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-8094-5140>. varfolomeevaioi@mail.ru

Valentin A. Tenenev – Kalashnikov State Izhevsk Technical University, Izhevsk, Russia.
ORCID*: <http://orcid.org/0000-0001-7685-609X>. tenenev@istu.ru

Dmitry A. Khvorenkov – Kalashnikov State Izhevsk Technical University, Izhevsk, Russia.
ORCID*: <https://orcid.org/0000-0002-9838-7404>. d.a.khvorenkov@istu.ru

Шифр научной специальности: 2.4.6. Теоретическая и прикладная теплотехника

Получено **23.10.2025 г.**

Отредактировано **14.11.2025 г.**

Принято **24.11.2025 г.**