УДК: 543.422.25

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ДЕФЕКТНОГО ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ

А.Ю. Кубарев, А.Б. Закирова, Ю.Г. Кубарев

Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия

Резюме: *на основе фрактальных представлений о структуре материала и конструктивных особенностей электрооборудования изучаются свойства электромагнитных полей в реальных условиях. В расчетах принимаются во внимание фрактальные характеристики дефектных материалов и фрактальная структура самого поля. Предлагаются методы обнаружения перераспределения интенсивности электромагнитного поля за счет явления дифракции, рассеяния и взаимодействий на неоднородностях объектов оборудования.*

Ключевые слова: *дефекты, фракталы, электрооборудование, электромагнитное поле, шероховатость, вязкие пальцы*.

DOI:*10.30724/1998-9903-2018-20-3–4-108-115*

RESEARCH METHODS OF THE PROPERTIES OF DEFECTIVE ELECTRICAL EQUIPMENT

A.Yu. Kubarev, A.B. Zakirova, Yu.G. Kubarev

Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia

Abstract: *The properties of electromagnetic fields in real conditions based on the fractal representations of the structure of material and design features of electrical equipment are studied. In calculating, the fractal characteristics methods are being suggested for the detection of redistribution of intensity of electromagnetic field due to the occurrence of diffraction, scattering and interaction with the heterogeneity of the components of equipment.*

Keywords: *defects, fractals, electrical equipment, electromagnetic field, roughnees and viscous fingers.*

Введение

Со временем практически любое электрооборудование выходит из нормального режима работы вследствие физического износа, усталостных явлений материалов и конструкций, из-за дефектов, развивающихся в процессе его эксплуатации. Отсюда различные материалы и конструкции оборудования принимают определенную форму структурной организации, которая оказывает существенное влияние на распределение электромагнитных полей, на их рассеяние и излучение. Изучая особенности этих полей, можно получить необходимую информацию о структуре материала, о природе несовершенств или о поведении оборудования в процессе эксплуатации.

Поэтому основная цель работы связана с изучением механизмов связи между характеристиками волновых процессов и параметрами несовершенных структур реальных материалов или объектов. Особое внимание уделено нетрадиционным структурным нарушениям изделий, которые приводят к избирательным электромагнитным излучениям и их усилению. Несовершенства проводящих материалов учитываются на уровне поверхностных нарушений и дефектности в пределах скин-слоя [1].

Другая отличительная особенность данной работы состоит в использовании методов расчета, способных изучить распределение электромагнитных полей как в идеальных, так и в дефектных структурах без ограничения на концентрацию дефектов, что является основным недостатком большинства методов. В перспективе имеется возможность разработки и создания автоматизированной системы контроля за распределением электромагнитного излучения электрического оборудования в процессе эксплуатации с выходом на решение проблем его непрерывного диагностирования.

Модельные представления о процессе

Особенности электромагнитных полей электротехнического оборудования возникают в результате появления развивающихся дефектов в процессе его эксплуатации. Поэтому в зависимости от типа дефектов и механизмов взаимодействия электромагнитного поля с ними происходит перераспределение поля в пространстве по интенсивности. Наиболее известное явление такого сорта – это дифракция. Но даже при дифракции учет типа дефектов, и особенно их концентрации представляет существенную трудность. В связи с этим требуется такая модель структуры, которая позволяет с единых позиций рассматривать задачи данного типа. В качестве таковой в работе выбрана дефектная структура фрактального типа [2; 3]. При этом дефекты или сами имеют фрактальную структуру, или имеют фрактальное распределение, или электромагнитное поле само фрактально [4]. Хотя класс фрактальных объектов достаточно широк и такой метод актуален, тем не менее, в общем случае, в приближении мультифракталов, фрактальный анализ становится справедливым и для любых других неоднородных состояний. Следовательно, в рамках таких представлений нет необходимости моделировать дефекты или конкретизировать их свойства, а достаточно задать значение фрактальной размерности, которая может быть определена из других независимых экспериментов или теорий. Любые эволюционные или концентрационные изменения проявятся на величине размерности, поскольку спектральная плотность случайной переменной изменится и, в силу масштабной инвариантности, скорее всего, будет изменяться по степенному закону от экстенсивной переменной. Конечно, наиболее корректный подход к проблеме распространения волн требует учета особенностей дисперсии спектра колебаний, а не спектральной плотности. Но в первом приближении в пределах масштаба самих фрактальных образований достаточно ограничиться этим фактором, даже в случае независимых излучателей, из-за их необычной зависимости интенсивности излучения или рассеяния от расстояния.

Дифракция и фрактальные свойства

В первом приближении рассмотрим рассеяние волн фрактальными поверхностями проводящих материалов. Для электромагнитных полей этот механизм, по-видимому, будет основным из-за скин-эффекта. В рамках данной задачи угловое распределение интенсивности рассеянных волн определяется уклонами неровной поверхности. Поскольку фрактальная поверхность не дифференцируема, то она не имеет определенных уклонов. Но на ней существуют неровности всех масштабов. Такую задачу о рассеянии на неровной поверхности можно свести к дифракции волн на экране со случайным значением оптической длины $kh(x)$.

Для Гауссова распределения случайной величины $h(x)$ можно записать следующую корреляционную функцию:

$$R(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}k^2 \cdot L^{2(1-H)}|x|^{2H}\right];$$

для структурной функции типа

$$<\left(h(\xi+x)-h(\xi)\right)^2>=L^{2(1-H)}x^{2H}, \qquad 0<H<1.$$

Здесь x – координата вдоль поверхности; k – волновое число; L – характерный масштаб для поверхности с одномерными неровностями. Отсюда, после Фурье-преобразования корреляционной функции, получаем угловое распределение интенсивности волны рассеяния:

$$I(\sin\theta)=\int R(x)\exp(ik\sin\theta x)dx.$$

Следует заметить, что перераспределение интенсивности при дифракции у границы дефекта имеет место и при классическом рассмотрении [5]. Так при углах дифракции α интенсивность I равна

$$I=I_0\left[1+\sqrt{\frac{1}{\pi}}\cdot\frac{\sin(\alpha^2-\frac{\pi}{4})}{\alpha}\right].$$

Как видно из последнего выражения, первый дифракционный максимум соответствует $I/I_0=1{,}37$, что почти на 40% увеличивает излучение в ближней зоне.

Другой подход связан с определением угловой зависимости интенсивности рассеяния волн *I(q)* на неоднородностях диэлектрической проницаемости в пределах фрактальной поверхности и глубины скин-слоя:

$$I(q)\approx\int<\varepsilon(r)\cdot\varepsilon(r+r')>\exp(-iqr')dV'.$$

Здесь $|q|=(4\pi/\lambda)\sin\theta/2$ – вектор рассеяния, определяющийся углом рассеяния θ к направлению падающей волны и длиной падающей волны λ. Если корреляционная функция диэлектрической проницаемости пропорциональна корреляции плотности фрактального кластера, то

$$<\varepsilon(r)\cdot\varepsilon(r+r')>\approx|r'|^{d_f-d}.$$

Отсюда следует, что в общем случае фрактальная размерность d_f отличается от размерности пространства *d*, в которое вложен фрактальный объект. Оставляя только зависимость *I(q)* от вектора рассеяния, получаем

$$I(q)\approx q^{-d_f}.$$

Для определенных фракталов такая зависимость выполняется только в ограниченном диапазоне масштабов $\frac{1}{L}<q<\frac{1}{a_0}$ (здесь a_0 – характерный размер междуатомных расстояний, L – характерный размер кластера). Следовательно, фрактальная размерность определяет скейлинг структурного фактора, а это означает, что рассеяние фрактального типа возможно лишь для определенного набора неоднородностей или дефектов. К такой же форме интенсивности рассеяния приводят рассеиватели, если диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(r)$ принимает случайные и независимые значения в форме $\varepsilon(r-r_i)^\beta$. В этом случае в выражении для спектральной плотности d_f заменяется на показатель $2(\beta+d)$.

Фрактальная структура поля

Фрактальная структура электромагнитного поля может проявиться на пространственном распределении интенсивности или на форме волновой поверхности. Первое свойство связано с нелинейными волновыми проявлениями, а второе определяется самоподобным участком спектра. Для рассмотрения этих случаев используем мультифрактальный анализ, который применим не только к самоподобным объектам. (Здесь мультифрактал – это объединение фрактальных множеств разных размерностей). Наиболее полезен этот анализ для реальных сигналов. В этом случае вводится понятие спектра сингулярностей сигнала $f(\alpha)$, который, в отличие от спектра мощности или корреляционных функций, несет уже непосредственно информацию о локальной структуре объекта или процесса. С другой стороны, при наличии скейлинга структурной функции волнового процесса $f(\alpha)$ – есть фрактальная размерность, что дает связь между структурной функцией непрерывного процесса $y(t)$ с $f(\alpha)$:

$$<\left|y(t)-y(t+\tau)\right|^{\nu}>=\int \tau^{\alpha\nu-f(\alpha)}d\alpha \approx \tau^{\alpha_0\nu-f(\alpha_0)};$$

$$\left(\frac{df}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0}=\nu(\alpha_0).$$

Следует заметить, что размерность $f(\alpha)$ преобразованием Лежандра связана с размерностью Реньи d_ν с помощью соотношения

$$(\nu\text{-}1)d_\nu=\nu\alpha_0-f(\alpha_0).$$

Таким образом, задача о локальной неоднородности свелась к изучению распределения фрактальной размерности мультифрактала.

Существенным фактором, влияющим на распространение волн в направляющих структурах (волноводах), является степень «шероховатости» волновода вдоль направления распространения. Эта «шероховатость» поверхности связана либо с ее механической обработкой, либо с ее нарушениями в процессе эксплуатации. Следует заметить [1], что термин «шероховатость» является относительным понятием. В зависимости от масштаба измерения и величины фрактальной размерности поверхность проводника может быть «шероховатой» или гладкой.

В некоторых случаях нарушение поверхности можно представить и как периодическое возмущение вдоль волновода [7]. При этом некоторые лучи, длина волны которых сравнима с размером нарушений, распространяются по линии нерегулярного вида. Если же к тому же поверхность волновода сама имеет нерегулярную структуру, то длина пути луча и время распространения будут зависеть от степени «шероховатости». Следуя работе [7], рассмотрим волновод с абсолютно отражающими стенками, одна из которых имеет «шероховатость» в форме регулярной или случайной функции. Кривая, описывающая отклонение стенки от идеальной на периоде L, задается функцией $L\chi(\xi)$, аргумент которой есть дробная часть нормированной координаты z/L и меняется в интервале $0<\xi<1$ (z – текущая координата вдоль распространения волны). Если θ_n – угол между лучем и осью z после n-го отражения, ψ_n – координата луча на «шероховатой» поверхности, а h – ширина волновода, то эти параметры связаны следующими соотношениями:

$$z_{n+1}=\psi_n+\left[h+L\chi(\xi_n)\right]\mathrm{ctg}\theta_{n+1};$$

$$\psi_n=z_n+\left[h+L\chi(\xi_n)\right]\mathrm{ctg}\theta_{n+1};$$

$$\theta_{n+1}=\theta_n-2\mathrm{arctg}\chi(\xi_n),\ \xi_n=\left\{\psi_n/L\right\}.$$

Частота колебаний траектории луча $\eta = N/z_n$ зависит от начального угла выхода луча θ_0 . Оценки показывают, что η принимает лишь рациональные значения, хотя имеется интервал значений θ_0, когда частоты η остаются постоянными. Отсюда ясно, что зависимость η от θ_0 не относится к непрерывным функциям, а по своему поведению представляют собой «чертову лестницу» даже для «шероховатости» регулярного типа [7; 8]. Ступенчатая кривая η от θ_0 заполняет не весь интервал значений θ_0. Более того, степень заполнения зависит от шага вычислений или от масштаба измерений r, что указывает на фрактальность данной зависимости. Следовательно, степень заполнения $A(r)$ будет определяться величиной фрактальной размерности d:

$$A(r)\cong r^{-d}.$$

Произвольный вид функции $\chi(\xi)$, по-видимому, не скажется на качественной картине явления, а будет определять лишь количественные значения параметров. Правда, этот вывод справедлив для таких масштабов r, которые еще «чувствуют» фрактальность системы.

Модель образования вязких пальцев

Изучение явления образования вязких пальцев началось с модели течения жидкости в ячейке Хеле-Шоу, которая представляет собой две прозрачные пластины, внутри которых вода обтекает различные предметы. При турбулентном течении жидкости линии тока хаотически перепутывались. Если в ячейке Хеле-Шоу имеется две жидкости, то граница раздела жидкостей оказывается неустойчивой и при инжектировании жидкости меньшей вязкости неустойчивость такого рода приводит к образованию вязких пальцев, структура которых определяется хаотической динамикой движения границы. Градиент давления между жидкостями на границе, связанный с действием капиллярных сил, является возмущающим фактором данного случайного процесса. В случае же электрического пробоя диэлектрика возникновение проводящей фазы связано с достижением электрического поля критического значения. Наблюдаемая при этом проводящая фаза стохастически растет, имея характерную геометрическую картину, схожую с вязкими пальцами. Основной научный практический интерес, связанный с задачами такого сорта, формулируется в виде двух вопросов: Имеет ли процесс роста вязких пальцев и электрического пробоя глобальный характер или ограничен некоторой областью пространства? Можно ли описать геометрическую картину явления и объяснить ее исходя из закона роста? Использование геометрических фрактальных представлений позволяет, с одной стороны, применить достаточно общий метод для решения этих вопросов, а с другой – характеризовать картину явления количественными параметрами: фрактальной размерностью и критическими показателями.

Таким образом, проблема образования вязких пальцев в пористых средах, которая в первоначальном варианте имела существенное значение лишь при добыче нефти, представляет интерес и для гидродинамики, и для физики пористых сред. Ранее было показано [2], что вязкие пальцы в пористых средах имеют фрактальную природу, и поэтому в настоящей работе предлагается данная модель для изучения распространения электромагнитных волн в ограниченном объеме типа кластера. Поскольку вязкие пальцы имеют разветвленную структуру, то их процесс образования является неустойчивым. При последовательном случайном дроблении вязкие пальцы перерастают в разветвленные кластеры, плотность которых убывает со временем и размером, а сами они представляются структурами фрактального типа. Поэтому, этот структурированный хаос можно описывать с помощью фрактальных геометрических представлений. Отсюда, фронт электромагнитной волны, например, имеет нерегулярную поверхность. Эти коренные изменения геометрии требуют изменить и математические методы описания. В связи с этим в работе используются методы анализа процессов, основанные на дробном дифференцировании и интегрировании, что предполагает установление связи параметров дробной размерности с порядком дробной производной.

Общность физических явлений позволяет заключить, что модель вязких пальцев может быть использована и в других областях естествознания, и в частности, при объяснении образования дендритов некоторых минералов и металлов. Общность состоит и в том, что скелет структуры начинает возникать с некоторого центра. Затем при дальнейшем росте исходная структура начинает в своих концевых ветвях удваиваться. Обнаружены и отличия, которые сводятся к тому, что у фрактальных пальцев главные ветви более прямые, чем у кластеров. К задачам данного типа относятся и модель пробоядиэлектриков, модель электролитического осаждения, модели диффузионно-ограниченных агрегаций, модели образования трещин и необратимого роста, а также явление перколяции или протекания. С учетом этих представлений в работе описываются эффективные алгоритмы, позволяющие осуществлять численное моделирование и производить отбор моделей переноса для конкретных неустойчивостей.

Чтобы понять и смоделировать процесс неустойчивости границы волновой поверхности, рассмотрим в качестве возмущающего фактора синусоидальную волну, приложенную вдоль оси x.

$$\psi(x,t) = A\exp(2\pi\delta t + j\frac{2\pi x}{\lambda}). \quad (1)$$

Здесь λ – длина волны возмущения; δ – скорость нарастания возмущения.

Отсюда ясно, что граница раздела устойчива,если возмущение $\psi(x,t)$ со временем затухает, что возможно лишь при $\delta<0$. Эволюция границы раздела может быть получена из уравнения Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p + \nu\Delta\vec{v}. \quad (2)$$

Поскольку многие жидкости можно считать практически несжимаемыми, то кинематическая вязкость $\nu = \eta/\rho$ определяется коэффициентами вязкости η и плотности ρ. Если поверхность раздела между двумя жидкостями покоится, то между этими жидкостями существует разность давлений за счет действия капиллярных сил в ячейке Хеле-Шоу:

$$p_1 - p_2 = \sigma(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}), \quad (3)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, а R_x и R_y – радиусы кривизны на границе раздела жидкостей в направлении осей X и У.

Пусть жидкость с меньшей вязкостью двигается со скоростью $\vec{\vartheta}$ вдоль оси *Z*. В этом направлении будет двигаться и фронт вытеснения. Решая уравнения (2) и (3) в линейном приближении по возмущению $\psi(x,t)$ находим, что начиная с некоторого значения $\lambda \geq \lambda_c$ фронт вытеснения оказывается неустойчивым. Критическая длина волны λ_c определяется коэффициентом поверхностного натяжения σ, приведенными коэффициентами кинематических вязкости ν_1 и ν_2 и скоростью движения фронта вытеснения *V*.

$$\lambda_c = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{(\nu_2 - \nu_1)(\nu - \nu_c)}}.$$

При учете гравитационных эффектов в ячейке Хеле-Шоу решение для скорости ϑ выбиралось в виде

$$V = -\frac{1}{\nu}\nabla(p + \rho\cdot g\cdot z).$$

Критическая скорость V_c связана с учетом гравитационных эффектов и равна

$$V_c = \frac{g(\rho_1 - \rho_2)}{\nu_2 - \nu_1}.$$

Хотя неустойчивость границы возникает уже при $\lambda \geq \lambda_c$, но наибольшая скорость нарастания вязких пальцевна начальной стадии развивается особенно для характерной длины $\lambda^* = \sqrt{3}\lambda_c$,что при условии $\eta_2 >> \eta_1$ дает

$$\lambda^* \approx \pi\sqrt{\frac{\sigma}{V\eta}}.$$

В более поздней стадии развития, как установлено экспериментально [10], длинные пальцы начинают тормозить рост соседей, т.е. по мере роста структуры пальцы расширяются. При достиженииширины $2\lambda^*$ пальцы начинают дробиться на более мелкие, приближая картину дробления к фрактальной. Величина фрактальной размерности, например, для вытеснения водой смеси склероглютана с водой равна d_f =1,70±0,05 [10].

Следует отметить, что форма вязких пальцев существенным образом зависит от природы среды, в которой они реализуются, хотя для них используются те же уравнения (1), (2), (3). Так, в двухмерных пористых средах вязкие пальцы в большей степени напоминают дендриты металлов или картину электрического пробоя. Вязкие пальцы не всегда имеют фрактальную структуру. Поскольку динамика фронта вытеснения различна, то это говорит о влиянии на процесс образования вязких пальцев и других факторов, а не только распределения давления и граничных условий. В пористой среде главными факторами являются давление в менее вязкой жидкости и капиллярное давление конкретной поры, что вносит в данный процесс элемент случайности, так как ширина пор есть величина случайная с некоторым распределением. Следовательно, для образования вязких пальцев требуется случайность на уровне геометрии пор [11], что было показано методами численных экспериментов [2].

Выводы

Таким образом, дефекты материалов, конструкций и деталей электрооборудования существенно влияют на перераспределение интенсивности электромагнитного поля, особенно в ближней зоне. Этот результат получен благодаря применению метода фрактального анализа, который качественно изменяет подходы к изучению волновых явлений в несовершенных структурах. Применение этого метода также целесообразно при исследовании свойств электромагнитных полей в неоднородных средах и при нелинейном взаимодействии волн. Используя понятие фрактальной размерности, количественную характеристику можно сопоставить такому свойству поверхности, как «шероховатость», которое теперь может быть задано определенным значением d.

В качестве уравнений для описания явления образования вязких пальцев можно использовать и уравнения переноса (теплопроводности, диффузии или импульса). При этом влияние нелинейностей среды учитываются в граничных и начальных условиях. В связи с этим уравнение Навье-Стокса оказывается предпочтительным, поскольку в случае нелинейного (турбулентного) процесса решение уравнений тепломассопереноса усложняются и за счет нелинейных граничных условий, и из-за сложной хаотической динамики.

Следовательно, модель вязких пальцев более корректно учитывает излучение волны в вязких, пористых и других нелинейных средах в режиме турбулентности. Особый интерес представляет случай фрактальных вязких пальцев [4], когда хаотическая динамика в рамках представлений дробной размерности может быть частично или полностью структурирована, т.е. хаос имеет определенную структуру, которая характеризуется конкретной фрактальной размерностью.

Литература

1. Кубарев Ю.Г., Баширов З.А., Бушара Салахельдин. Частотная зависимость активного сопротивления проводников с дефектной структурой // Известия вузов. Проблемы энергетики. 1999. № 9–10. С. 102–106.

2. Федер Е. Фракталы. 2-е изд. М.: УРСС: Ленанд, 2014.

3. Пайтген Х.О., Рахтер П.Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. М.: Мир, 1993.

4. Фракталы в физике / под ред. Л. Пьетронеро и Э. Тозатти. М.: Мир, 1988.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

6. Баширов З.А., Бушара Салахельдин, Кубарев Ю.Г. Внутрикамерные процессы в энергетических установках, акустика, диагностика, экология. Казань, 2000. С. 299–300.

7. Абдуллаев С.С., Заславский Г.М. // Акуст. журнал. 1988. Т. 34, № 4. С. 578–582.

8. Bak P., Bruinsma R. Phys. Rev. Letters 1982. Vol. 49, No. 4. P. 249–252.

9. Daccord G., Nuttmann J., Stenley H.E. On growth an form (eds. H.E. Stenley, D.N. Ostrowsky) Dardrech, 1986, pp. 203–210.

10. Chen J.D., Wilkinson D. Phys. Rev. Lett. 1985. No. 55, pp. 1892–1895.

11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015.

Авторы публикации

Кубарев Артем Юрьевич – канд. техн. наук, доцент кафедры «Электрические станции» (ЭС) Казанского государственного энергетического университета (КГЭУ). E-mail: artemkubarev@yandex.ru.

Закирова Альбина Булатовна – ассистент кафедры «Теоретических основ электротехники» (ТОЭ) Казанского государственного энергетического университета (КГЭУ). E-mail: albinasi@mail.ru.

Кубарев Юрий Григорьевич – д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Теоретических основ электротехники» (ТОЭ) Казанского государственного энергетического университета (КГЭУ). E-mail: artemkubarev@yandex.ru.

References

1. Bashirov Z.A., Bushara Salakhel'din, Kubarev Yu.G. Izvestiya vuzov. Problemy energetiki. 1999. No. 9–10, P. 102–106.

2. Feder E. Fraktaly. 2-e izd. M.: URSS: Lenand, 2014.

3. Paitgen Kh.O., Rakhter P.Kh. Krasota fraktalov. Obrazy kompleksnykh dinamicheskikh sistem. M.: Mir, 1993.

4. Fraktaly v fizike / pod red. L. P'etronero i E. Tozatti. M.: Mir, 1988.

5. Landau L.D., Lifshits E.M. Elektrodinamika sploshnykh sred. M.: FIZMATLIT, 2005.

6. Bashirov Z.A., Bushara Salakhel'din, Kubarev Yu.G. Vnutrikamernye protsessy v energeticheskikh ustanovkakh, akustika, diagnostika, ekologiya. Kazan', 2000. P. 299–300.

7. Abdullaev S.S., Zaslavskii G.M. // Akust. zhurnal. 1988. Vol. 34, No. 4, P. 578–582.

8. Bak R., Bruinsma R. Phys. Rev. Letters 1982. V. 49, No. 4. P. 249–252.

9. Daccord G., Nuttmann J., Stenley H.E. On growth an form (eds. H.E. Stenley, D.N. Ostrowsky) Dardrech, 1986, pp. 203–210.

10. Chen J.D., Wilkinson D. Phys. Rev. Lett. 1985. No. 55, pp. 1892–1895.

11. Landau L.D., Lifshits E.M. Gidrodinamika. M.: FIZMATLIT, 2015.

Authors of the publication

A. Yu. Kubarev – Cand. Sci. (techn.), associate professor Department of “Electric Stations” of ”Kazan State Power Engineering University”.

A. B. Zakirova – assistent Department of “Theoretical basis of electrical engineering” of “Kazan State Power Engineering University”. E-mail: albinasi@mail.ru.

Yu. G. Kubarev – Dr. Sci. (phys.-math.), professor Department of “Theoretical basis” of electrical engineering» of “Kazan State Power Engineering University”.

Поступила в редакцию ***11 июля 2017 года.***