

ФИЗИКА

УДК 532.529:532.59:534.2

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ПРЯМОГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ ПО ВЗВЕСИ С НЕРАВНОМЕРНОЙ КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

Д.А. Губайдуллин¹, Д.А. Тукмаков^{1,2}

¹Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского центра
«Казанский научный центр Российской академии наук»,
г. Казань, Россия

²Казанский национальный исследовательский технический университет,
г. Казань, Россия
gubajdullin@imm.knc.ru, tukmakovDA@imm.knc.ru

Резюме: В данной работе численно изучается процесс распада разрыва в ударной трубе, камера низкого давления которой заполнена твердыми частицами с неоднородной концентрацией. На основе данных численных экспериментов выявлены закономерности влияния закона распределения твердых частиц в камере низкого давления на скорость и профиль ударной волны.

Ключевые слова: многофазная среда, численное моделирование, газозвесь, ударная труба, неравномерное распределение.

DOI:10.30724/1998-9903-2018-20-7-8-117-123

NUMERICAL MODELING OF PASSING OF DIRECT JUMP OF CONSOLIDATION ON A SUSPENSION WITH UNEVEN CONCENTRATION OF FIRM PARTICLES

D.A. Gubaydullin¹, D.A. Tukmakov^{1,2}

¹Institute of Mechanics and Engineering - Subdivision of the Federal State Budgetary
Institution of Science «Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences»

²Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI
gubajdullin@imm.knc.ru, tukmakovDA@imm.knc.ru

Abstract: In this work process of disintegration of a gap in a shock pipe which camera of low pressure is filled with firm particles with non-uniform concentration is in number studied. On the basis of these numerical experiments regularities of influence of the law of distribution of firm particles in the camera of low pressure upon speed and a profile of a shock wave are revealed.

Keywords: multiphase environment, numerical modeling, gas-suspension, shock pipe, uneven distribution.

Введение

Одной из задач механики многофазных сред является определение влияния эффектов, вызванных межфазным взаимодействием, на общую динамику многофазной среды. Данная работа посвящена численному моделированию динамики неоднородных сред, состоящих из твердых частиц, взвешенных в газе – газозвесах. Значимым параметром дисперсной фазы газозвеси является геометрическое распределение концентрации твердых частиц в области исследуемого течения. Экспериментальное исследование таких течений сопряжено с рядом трудностей [1–6], по этой причине возникает необходимость в численном моделировании. Результаты расчетов получены численным решением системы уравнений динамики гетерогенной среды в эйлеровой постановке с учетом силового и теплового взаимодействия фаз.

Математическая модель

Система уравнений движения двухфазной двухтемпературной двухскоростной монодисперсной смеси в двумерном случае имеет вид [7; 8]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \rho_1 V_1 &= 0; \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla \rho_2 V_2 &= 0; \\ \frac{\partial \rho_1 V_1}{\partial t} + \nabla^k (\rho_1 V_1 V_1^k) - \nabla^k \tau_i + \nabla p &= -F + \alpha_2 \nabla p; \\ \frac{\partial \rho_2 V_2}{\partial t} + \nabla^k (\rho_2 V_2 V_2^k) &= \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}} (F - \alpha_2 \nabla p); \\ \frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^k ((e_1 + p - \tau_i) V_1) - \lambda \Delta T_1 &= -\hat{Q}_1 - |F_k| (V_1^k - V_2^k) + \alpha_2 \nabla^k (p V_1^k); \\ \frac{\partial (e_2)}{\partial t} + \nabla e_2 V_2 &= \hat{Q}_1.\end{aligned}$$

Здесь и ниже $V_i = [u_i, v_i]$ – вектор скоростей несущей и дисперсной составляющих многофазной среды, $\tau_i = \tau_{x_i x_k}$; $i=1, 2$ – тензор вязких напряжений несущей компоненты

$$\tau_{x_1 x_1} = \mu \left(2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \frac{2}{3} D \right), \tau_{x_2 x_2} = \mu \left(2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{2}{3} D \right), \tau_{x_1 x_2} = \tau_{x_2 x_1} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right), D = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2}.$$

Силы межфазного взаимодействия, которая включает в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда и силу присоединенных масс. Для двумерного случая компоненты F_{x_1} , F_{x_2} и тепловой поток \hat{Q}_1 определяются как [2]:

$$\begin{aligned}F_{x_1} &= \left(\frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 0,5 \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) \right) L / \rho_{10} c^2, \\ F_y &= \left(\frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2) + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 0,5 \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) \right) L / \rho_{10} c^2; \hat{Q} = Q L / \rho_{10} c^3, \\ \hat{Q}_1 &= Q \left(L / \rho_{10} c^3 \right) \left(\rho_{10} c^3 / L \right) L / \rho_{20} C_T T_{20} c = \hat{Q} \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} \frac{c^2}{C_T T_{20}}.\end{aligned}$$

Здесь p , ρ_1 , u_1 , v_1 – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и y соответственно; T_1 , e_1 – температура и полная энергия газа; ρ_2 , T_2 , e_2 , u_2 , v_2 – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей x , y . Температура несущей среды находится из уравнения $T_1 = (\gamma - 1)(e_1/\rho_1 - 0,5(u_1^2 + v_1^2))/R$, где R – газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_2 = \rho_2 C_p T_2$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена α^T на поверхности частица – несущая среда и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n = 6\alpha \text{Nu} \lambda (T_1 - T_2)/(2r)^2$, где $\text{Nu} = 2r\alpha^T/\lambda$. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля:

$$\text{Nu} = 2 \exp(-M_{20}) + 0,459 \text{Re}_{20}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}, \quad 0 \leq M_{20} \leq 2, \quad 0 \leq \text{Re}_{20} < 2 \cdot 10^5.$$

Математическая модель дополнялась начальными и граничными условиями. На твердых поверхностях для составляющих скорости несущей и дисперсной фаз задавались граничные условия Дирихле, для всех остальных функций задавались граничные условия Неймана. Полученная система дифференциальных уравнений в частных производных решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака, включавшим в себя шаги предиктор-корректор с расщеплением по пространственным направлениям и схемой нелинейной коррекции [9–17].

В качестве исследуемой среды рассматривался воздух со взвешенными в нем частицами кварцевого песка. Физическая плотность кварцевого песка $\rho_{20} = 2500 \text{ кг/м}^3$, радиус частиц $r = 1 \text{ мкм}$. Область представляла собой трубу, разделенную на две части диафрагмой. В левой части трубы задавалось повышенное давление. При проведении численных расчетов предполагалось, что распределение дисперсной фазы в камере низкого давления отличается от её распределения в камере высокого давления.

Моделирование ударноволновых процессов в газозвеси с неравномерным распределением дисперсной фазы

Численно моделировался распад разрыва в ударной трубе, где в камере высокого давления плотность дисперсной фазы имеет равномерное распределение, а в камере низкого давления средняя плотность дисперсной фазы описывалась периодическим законом: $\rho_2(x) = \rho_{20} \alpha_{20} (2 + \sin(20\pi x))$, $0,5 \leq x \leq 1$. На рис. 1 показано распределение плотности дисперсной фазы в начальный момент – $t = 0$. Расчетная сетка состояла из 300 узлов в направлении оси x . Тем самым ставилась задача определить влияние периодического распределения дисперсной фазы на параметры несущей среды при прохождении прямого скачка уплотнения через область с периодической концентрацией частиц.

На рис. 2(а–г) изображены результаты численных расчетов динамики несущей и дисперсной фазы. Можно отметить, что при прохождении волны сжатия через камеру низкого давления, где происходит чередование минимумов и максимумов плотности дисперсной фазы, параметры несущей среды – давление и температура – приобретают периодическую структуру – с чередованием наибольших и наименьших значений. На участках ударной трубы, имеющих наибольшие значения средней плотности дисперсной фазы, наблюдается увеличение давления и температуры несущей среды, а также уменьшение скорости газа. На участках с пониженной плотностью дисперсной фазы происходит ускорение движения газа, при этом его температура и давление снижаются. Описанную закономерность можно объяснить тем, что при прохождении газом участков уплотнения дисперсной фазы, газ, из-за межфазного взаимодействия с частицами, теряет свою скорость. При этом происходит переход кинетической энергии газа в потенциальную тепловую энергию, за счет чего происходит рост давления и температуры. Таким образом, периодическое чередование пониженной и повышенной концентрации дисперсной фазы

приводит к формированию волн давления, температуры и скорости газа, профиль которых имеет периодическую структуру.

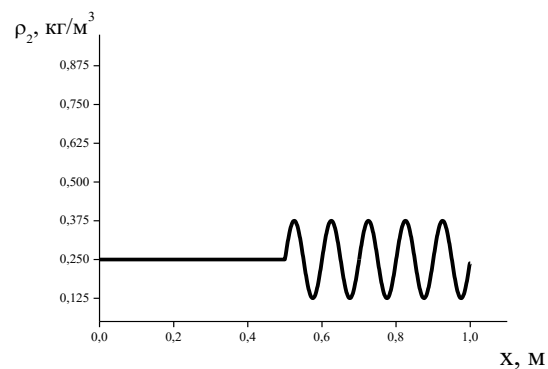


Рис. 1. Начальное распределение средней плотности дисперсной фазы в ударной трубе

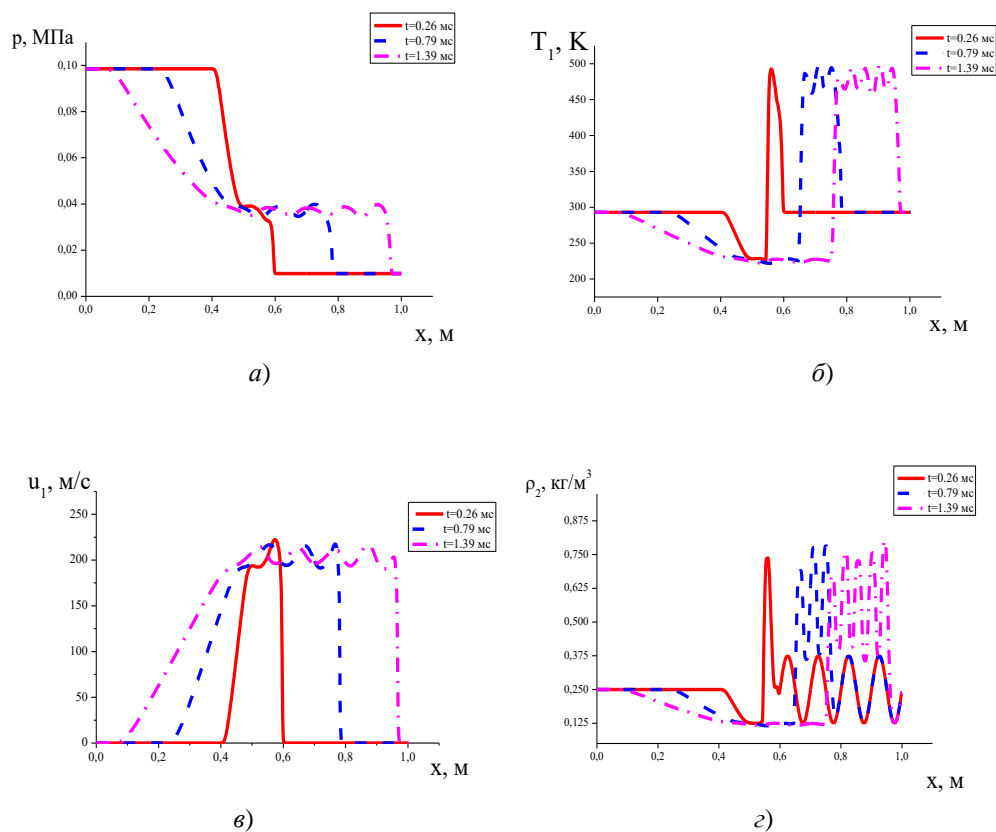


Рис. 2. Пространственные распределения давления и температуры газа в различные моменты времени:
а – давление; б – температура газа; в – скорость газа; г – средняя плотность дисперсной фазы;
радиус частиц $r=1$ мкм

Распространение ударной волны в газозвеси с неравномерным распределением дисперсной фазы в двухмерном случае

Частным случаем неравномерно распределенной в ударной трубе газозвеси является линейно возрастающее распределение концентрации твердых частиц поперек фронта движения скачка уплотнения (рис.3, а):

$$\rho_2(x, y)=0; 0 \leq x \leq 0,5; \rho_2(x, y)=2\rho_{20}\alpha_{20}y; 0,5 < x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

Средняя плотность дисперсной фазы в камере низкого давления зависит только от переменной y , тогда как ударная волна распространяется вдоль переменной x . Расчётная сетка состояла из 200 узлов по каждой координатной оси.

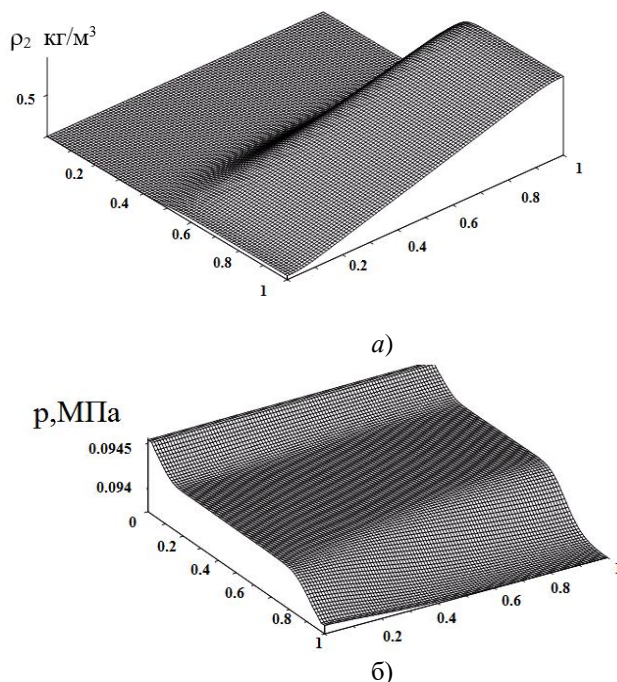


Рис. 3. Пространственное распределение средней плотности дисперсной фазы (а) и давления (б) при движении двумерной ударной волны по газозвеси с неравномерным распределением дисперсной фазы, в момент времени $t=1,4$ мс

Расчеты показали (рис. 3,б), что наибольшая скорость движения возмущения наблюдается на участке с наименьшей концентрацией дисперсной фазы, в то время как давление газа повышается в области возрастания плотности дисперсной фазы. Вследствие увеличения плотности дисперсной фазы вдоль оси y , профиль двумерной ударной волны искажается. Давление газа растет, а скорость движения скачка уплотнения уменьшается по мере увеличения координаты y – при движении по области с возрастающей средней плотностью дисперсной фазы.

Выводы

1. При движении возмущения в газозвеси с периодическим распределением плотности дисперсной фазы газодинамические функции несущей среды приобретают периодическую структуру.

2. В случае движения двумерной волны сжатия, движущейся в положительном направлении оси x по газозвеси с неравномерно распределенной дисперсной фазой,

плотность которой увеличивается с увеличением координаты y , происходит искажение профиля ударной волны за счет уменьшения скорости газа и увеличения его давления в направлении, поперечном к волновому фронту.

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
3. Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspension // Cambridge University Press, 2005. 398 p.
4. Дейч М.Е., Филиппов Д.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 472 с.
5. Стернин Л.Е. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. Машиностроение, 1980. 176 с.
6. Вараксин А.В. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения // Теплофизика высоких температур. 2013, № 3. С. 421–455.
7. Седов Л.И. Механика сплошной среды / Т. 1, т. 2. М.: Наука. 1984.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // М.: Издательство «Дрофа». 2003. 784 с.
9. Fletcher C.A., Computation Techniques for Fluid Dynamics, Springer-Verlag, Berlin et al., 1988. 502 p.
10. Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука. Сибир. отд-ние, 1990. 247 с.
11. Steger J.L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. 1978. Vol. 16, No. 7, pp. 679–686.
12. MacCormack R.W., Lomax H. Numerical solution of compressible viscous flows // Ann Rev. Fluid Mech., 1979, № 11, pp. 289–316.
13. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен/ М.: Мир, 1990. Т. 2. 392 с.
14. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование, 1993, т. 5, № 3. С. 74–83.
15. Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Исследование динамики двухкомпонентного газа с пространственно разделенными в начальный момент компонентами // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2014. № 3–4. С. 38–43.
16. Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Численное исследование эволюции ударной волны в газовой смеси с учетом неравномерного распределения частиц // Математическое моделирование. 2014. № 10. С. 109–119.
17. Тукмаков А.Л. Зависимость механизма дрейфа твердой частицы в нелинейном волновом поле от ее постоянной времени и длительности прохождения волновых фронтов // ПМТФ. 2011. № 4. С. 105–106.

Авторы публикации

Губайдуллин Д.А. – д-р физ.-мат. наук, профессор, чл.-корр. РАН, руководитель ИММ – обособленного структурного подразделения ФИЦ КазНЦ РАН.

Тукмаков Д.А. – канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник ИММ – обособленного структурного подразделения ФИЦ КазНЦ РАН.

References

1. Nigmatulin R.I. Dinamika mnogofaznykh sred. Ch. 1. M.: Nauka, 1987. 464 p.

2. Kutushev A.G. Matematicheskoye modelirovaniye volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh. SPb.: Nedra, 2003. 284 p.
3. Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspension // Cambridge University Press, 2005. 398 p.
4. Deych M.E., Filippov D.A. Gazodinamika dvukhfaznykh sred. M.: Energoizdat, 1981. 472 p.
5. Sternin L.E. Dvukhfaznyye mono- i polidispersnyye techeniya gaza s chastitsami. Mashinostroyeniye, 1980. 176 s.
6. Varaksin A.V. Gidrogazodinamika i teplofizika dvukhfaznykh potokov: problemy i dostizheniya // Teplofizika vysokikh temperatur. 2013, No. 3. P. 421–455.
7. Sedov L.I. Mekhanika sploshnoy sredy / T. 1, t. 2. M.: Nauka. 1984.
8. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza // M.: Izdatel'stvo «Drofa». 2003. 784 p.
9. Fletsher C.A., Computation Techniques for Fluid Dynamics, Springer-Verlang, Berlin et al., 1988. 502 p.
10. Kovenya V.M., Tarnavskiy G.A., Chernyy S.G. Primeneniye metoda rasshchepleniya v zadachakh aerodinamiki. Novosibirsk: Nauka. Sibir. otd-niye, 1990. 247 p.
11. Steger J.L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. 1978. Vol. 16, No. 7, pp. 679–686.
12. MacCormack R.W., Lomax H. Numerical solution of compressible viscous flows // Ann Rev. Fluid Mech., 1979, No. 11, pp. 289–316.
13. Anderson D., Tannehill Dzh., Pletcher R. Vychislitel'naya gidromekhanika i teploobmen/ M.: Mir, 1990. T. 2. 392 p.
14. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. Primeneniye kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestatsionarnykh techeniy szhimayemogo gaza // Matematicheskoye modelirovaniye, 1993, t. 5, No. 3. Pp. 74–83.
15. Gubaydullin D.A. Tukumakov, D.A. Issledovaniye dinamiki dvukhkomponentnogo gaza s prostranstvenno razdelennymi v nachal'nyy moment komponentami // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy energetiki. 2014. No. 3–4. Pp. 38–43.
16. Gubaydullin D.A., Tukumakov D.A. CHislennoye issledovaniye evolyutsii udarnoy volny v gazovzvesi s uchetoм neravnomernogo raspredeleniya chastits // Matematicheskoye modelirovaniye. 2014. No. 10. Pp. 109–119.
17. Tukumakov A.L. Zavisimost' mekhanizma dreyfa tverdogo chastitsy v nelineynom volnovom pole ot eye postoyannoy vremeni i dlitel'nosti prokhozhdeniya volnovykh frontov // PMTF. 2011. No. 4. Pp. 105–106.

Authors of the publication

D.A. Gubajdullin – professor, doctor of sciences, corresponding member of RAS, head of IME - Subdivision of FIC Kazan SC of RAS.

D.A. Tukumakov – research associate of IME - Subdivision of FIC Kazan SC of RAS, cand. of sciences.

Поступила в редакцию

19 июля 2018 г.