

О ВЛИЯНИИ ПРОНИЦАЕМОСТИ БРУСА КВАДРАТНОГО СЕЧЕНИЯ НА ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН

И.В. МОРЕНКО*, В.Л. ФЕДЯЕВ**,**

* Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской
академии наук

** Казанский национальный исследовательский технический университет им.
А.Н.Туполева (КНИТУ-КАИ)

Исследуется неизотермическое обтекание вязкой несжимаемой жидкостью пористого проницаемого бруса квадратного поперечного сечения. Интегрирование уравнений сохранения количества движения и энергии осуществляется численно, с использованием метода конечных объемов. Анализируется характер течения жидкости, зависимость коэффициента сопротивления бруса и числа Нуссельта от чисел Рейнольдса, Дарси.

Ключевые слова: пористое проницаемое тело, обтекание вязкой жидкостью, коэффициент сопротивления, теплообмен.

Пористые проницаемые тела, обтекаемые жидкостью, достаточно широко представлены в природе. Это отдельные лесные насаждения, заросли водных растений, жилые и промышленные массивы, каркасные башни, вышки, антенны, другие сооружения. Однако более всего проницаемые тела, узлы, содержащие такие тела, используются в технике: разнообразные фильтры, теплообменники, системы выравнивания, турбулизации потоков, сушки и охлаждения, нагревательные устройства и т.д. [1].

При обтекании пористых проницаемых тел, в отличие от сплошных, течение гораздо сложнее. Во-первых, добавляется фильтрационное движение жидкости в области, занятой телом. Во-вторых, существенно усложняется структура течения за кормой, смещаются либо исчезают точки отрыва потока от поверхности [2].

В силу практической значимости, сложности задачи обтекания пористых проницаемых тел представляют большой интерес. Первые исследования течений жидкости через пористую среду были проведены Н.Е. Жуковским [3]. Это направление затем было развито С.А. Христиановичем [4], П.Я. Полубариновой-Кочиной [5] и др. В работе [3], по-видимому, впервые поставлена и решена задача об обтекании проницаемого тонкого тела (пластины). Далее [6] получена полная система граничных условий на равномерно проницаемой поверхности с учетом реальных свойств просачивания среды через ткани, сетки, перфорированные стенки, а также рассмотрены различные постановки и методы решения задач аэродинамики проницаемых тел. При этом вне пористого тонкого тела жидкость считается идеальной.

В 50-80 годы прошлого столетия обтекание вязкой жидкостью проницаемых тел изучалось аналитически [7-9].

С развитием экспериментальной базы, вычислительной техники и методов решения задач механики сплошной среды появляется все больше работ, посвященных экспериментальному, численному исследованию обтекания вязкой жидкостью проницаемых тел, в основном, кругового поперечного сечения [1, 10-12].

Влияние на качество приема сигналов вихревых структур, образующихся в кормовых и торцевых областях приборного контейнера и сетчатой антенны

В декартовой прямоугольной системе координат x_1Ox_2 , начало которой помещается в центре сечения бруса, ось Ox_1 направляется вдоль набегающего потока, плоскопараллельное ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости описывается уравнениями:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\nu}{\kappa} v_i, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Здесь t – время; $v_i = \varepsilon u_i$ – компоненты скорости фильтрации жидкости; u_i – компоненты вектора скорости $\vec{u}$; p – давление; ρ – плотность жидкости; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; κ – проницаемость бруса; пористость

$$\varepsilon = \begin{cases} 1 & \text{вне тела,} \\ 0 & \text{внутри тела;} \end{cases}$$

по повторяющимся индексам производится суммирование.

Предполагается, что тело имеет корпускулярную структуру пор, пористость ε и проницаемость κ связаны соотношением Козени-Кармана [17]:

$$\kappa = \frac{1}{150} \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{(1-\varepsilon)^2},$$

где d_p – характерный диаметр частицы в пористом теле.

Уравнение сохранения энергии для жидкости имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{u}(\rho E + p)) = \lambda \Delta T - Q_w. \quad (3)$$

Здесь $E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}$, h – энтальпия; T – температура жидкости; λ –

коэффициент теплопроводности жидкости; Q_w – мощность теплового потока к скелету пористого бруса.

Во входном сечении расчетной области задается профиль скорости, давление, температура жидкости. На выходе из нее ставятся «мягкими» граничные условия, означающие выравнивание как гидродинамических, так и тепловых характеристик потока жидкости на удалении от обтекаемого бруса. На боковых границах – условия симметрии. В начальный момент времени $t = 0$ жидкость мгновенно приходит в движение.

Решение задачи (1) – (3) осуществляется методом конечных объемов на сетке треугольных элементов, сгущающихся к поверхности тела с помощью программного комплекса *ANSYS Fluent*.

Рассматривается движение жидкости со следующими параметрами (воздух): плотность $\rho = 1,225$ кг/м³, динамический коэффициент вязкости $\mu = 1,79 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с), удельная теплоёмкость при постоянном давлении $c = 1000$ Дж/(кг·К), коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,0242$ Вт/(м·К). Температура воздуха на входе $T = T_0 = 300$ К; температура скелета бруса $T_w = 350$ К.

При обтекании тел жидкостью основными расчетными величинами являются коэффициент сопротивления $C_D = \frac{F_{x1}}{0,5\rho u_\infty^2 a}$, число Нуссельта $Nu = \alpha a / \lambda$, характеризующее интенсивность теплообмена. Здесь u_∞ – продольная составляющая скорости жидкости на входе в расчетную область; F_{x1} – проекция на ось Ox_1 силы гидродинамического сопротивления; $\alpha = \frac{\lambda}{T_w - T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)$ – локальный коэффициент конвективного теплообмена; n – внешняя нормаль к поверхности тела.

В ходе численных экспериментов установлено, что обтекание пористого бруса квадратного поперечного сечения при названных числах Рейнольдса, пористости $\varepsilon = 0,5$, числах Дарси $Da = \kappa / a^2$, изменяющихся в диапазоне $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-2}$, происходит в стационарном режиме, вихревая дорожка не образуется. Часть расчетной области вблизи тела показана на рис. 2. При малых числах Дарси картина обтекания пористого бруса подобна картине течения вокруг непроницаемого бруса (рис. 2, а). С увеличением числа Дарси жидкость проходит сквозь тело. При этом, когда $Da = 10^{-4}$, 10^{-3} , вихревая область за телом сохраняется (рис. 2, b), при $Da = 10^{-2}$ – исчезает (рис. 2, c).

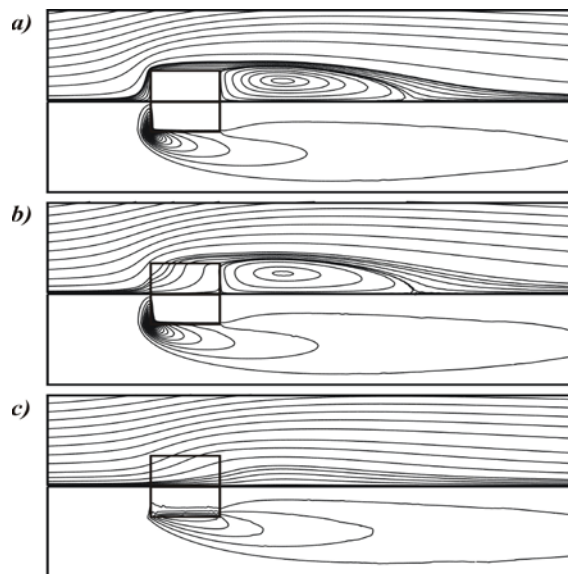


Рис. 2. Линии тока (верхняя часть рисунка) и линии постоянной завихренности (нижняя часть рисунка) при $Re=40$ и числах Дарси Da : а) 10^{-6} ; б) 10^{-4} ; в) 10^{-2}

Следует также заметить, что в случае малой проницаемости обтекаемого бруса поле завихренности претерпевает существенные изменения, в основном, вблизи передних угловых точек (рис. 2 а, б). Тогда как при большой проницаемости (рис. 2, в) значительное изменение завихренности наблюдается в окрестности боковых поверхностей бруса, при этом вихревой характер движения жидкости имеет место и внутри тела.

Значения скорости v_n , направленной против нормали к поверхности обтекаемого бруса, приводятся на фронтальной (*front*), боковых (*top*, *bottom*) и кормовой (*rear*) его сторонах (рис. 3). Видно, что на фронтальной стороне вблизи

угловых точек тела скорость втекания максимальна, с ростом проницаемости бруса она увеличивается. Вытекание жидкости происходит, в основном, при $Da=10^{-4} \div 10^{-3}$ на боковых сторонах бруса, при $Da=10^{-2}$ – на боковых и кормовой стороне. Интересно, что при малой проницаемости на боковых сторонах тела изменение нормальной скорости велико вблизи передних угловых точек и мало в окрестности задних.

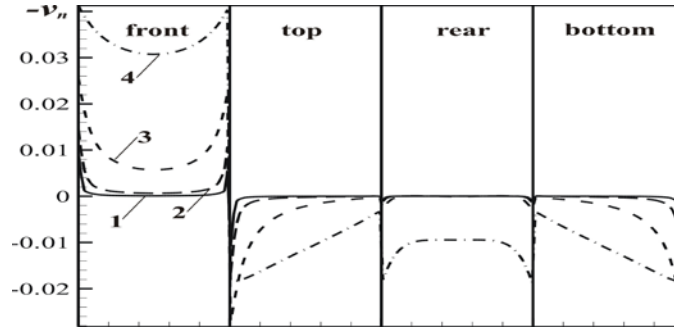


Рис. 3. Скорость жидкости, направленная против нормали к поверхности бруса, при $Re=40$ и значениях Da : 1 – 10^{-6} ; 2 – 10^{-4} ; 3 – 10^{-3} ; 4 – 10^{-2}

Коэффициент сопротивления бруса уменьшается с ростом и числа Рейнольдса, и Дарси. Для расчета его значений в интервале $5 \leq Re \leq 40$, $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-2}$ предлагается аппроксимационная формула:

$$C_D \cong 16,0(1 - 0,07 \lg Da) \cdot (1 + 0,06 Re) / Re.$$

Изменение числа Нуссельта на разных участках поверхности бруса показано на рис. 4. Как и следовало ожидать, теплоотдача максимальна на фронтальной стороне и минимальна на кормовой. Вместе с тем, вдоль поверхности каждой из сторон интенсивность теплообмена меняется значительно. Особенно велика она в окрестности угловых точек тела. С ростом проницаемости бруса число Нуссельта на фронтальной стороне заметно возрастает, однако на боковых и кормовой сторонах несколько уменьшается.

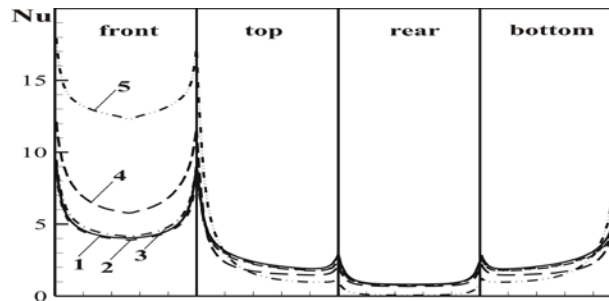


Рис. 4. Локальное число Нуссельта при $Re=40$ на поверхности (фронтальная, верхняя, кормовая, нижняя стороны по порядку) бруса: 1 – непроницаемого; проницаемого, Da : 2 – 10^{-6} ; 3 – 10^{-4} ; 4 – 10^{-3} ; 5 – 10^{-2}

Сравнивая полученные значения среднего числа Нуссельта $\overline{Nu}_f$ на фронтальной стороне обтекаемого бруса (рис. 5) с данными [15, 18], убеждаемся, что при малой проницаемости бруса ($Da=10^{-6}$, $Da=10^{-4}$) они практически совпадают. В случае же большей проницаемости ($Da=10^{-2}$) при $Re>20$ наблюдается расхождение,

причем тем больше, чем больше число Рейнольдса. По нашему мнению это расхождение обусловлено тем, что в работе [15] подогревается только поверхностная часть скелета обтекаемого тела, тогда как в настоящей работе – весь скелет. Кроме того, в [15] учитывается инерционная составляющая в зависимости для перепада давления при движении жидкости сквозь пронизываемое тело, влияние которой сказывается сильнее при больших числах Рейнольдса.

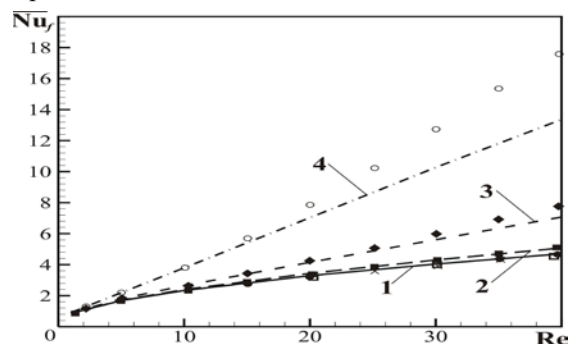


Рис. 5. Среднее число Нуссельта $\overline{Nu}_f$ на фронтальной стороне поверхности бруса при $Re=40$ и значениях Da : 1 – 10^{-6} ; 2 – 10^{-4} ; 3 – 10^{-3} ; 4 – 10^{-2} . Сравнение с данными других авторов: $\bullet$ – 10^{-6} , $\blacksquare$ – 10^{-4} , $\blacklozenge$ – 10^{-3} , $\circ$ – 10^{-2} , $\times$ – непроницаемый брус [15]; $\square$ – 10^{-6} [18]

Как было отмечено выше, на кормовой стороне поверхности бруса с ростом пронизываемости теплоотдача уменьшается (рис. 6). При этом, если числа Дарси малы ($Da=10^{-6}$, 10^{-4} , 10^{-3}), с увеличением числа Рейнольдса среднее число Нуссельта $\overline{Nu}_r$ на этой стороне поверхности бруса возрастает, причем наиболее интенсивно при $Re < 5$. В интервале $5 \leq Re \leq 40$ зависимость $\overline{Nu}_r$ от Re близка к линейной. В случае, когда число Дарси сравнительно велико, $Da=10^{-2}$, при Re равном, ориентировочно, 5 имеет место явно выраженный максимум зависимости $\overline{Nu}_r$ от Re . Уменьшение числа Нуссельта с уменьшением числа Рейнольдса вполне объяснимо, тогда как ухудшение теплоотдачи с ростом числа Рейнольдса при $Re > 5$ следует пояснить. Как видно из рис. 2, с, за брусом не образуется вихревая область, скорость течения жидкости сквозь брус сравнительно велика в центральной части и мала на периферии. Значительная неравномерность скоростей жидкости в поперечном к потоку сечении бруса, по нашему мнению, может быть причиной столь необычного поведения числа Нуссельта $\overline{Nu}_r$ в зависимости от числа Рейнольдса набегающего потока.

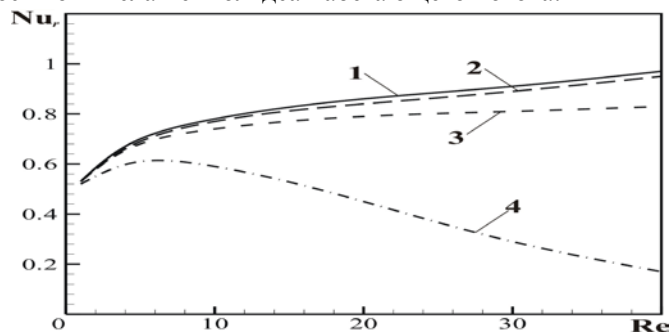


Рис. 6. Среднее число Нуссельта $\overline{Nu}_r$ на кормовой стороне поверхности бруса при $Re=40$ и значениях Da : 1 – 10^{-6} ; 2 – 10^{-4} ; 3 – 10^{-3} ; 4 – 10^{-2}

Как следует из результатов расчетов, на боковых поверхностях бруса среднее число Нуссельта $\overline{Nu}_b$ меняется в зависимости от чисел Рейнольдса, Дарси при названных диапазонах изменения их следующим образом:

$$\overline{Nu}_b = 0,45(1 - 0,022 \lg Da) \cdot (1 - 0,008 Re) \sqrt{Re}.$$

Среднее число Нуссельта по всей поверхности бруса

$$\overline{Nu} = 1,25 - 0,15(1 + 0,125 \lg Da)(5 - Re).$$

В результате проведения численных расчетов поперечного обтекания вязкой несжимаемой жидкостью пористого проницаемого бруса квадратного сечения при умеренных числах Рейнольдса установлено, что с ростом числа Дарси пара вихревых областей за телом исчезает, гидродинамическое сопротивление уменьшается, теплообмен увеличивается, в основном, на фронтальной стороне тела. В результате анализа расчетных данных получены аппроксимационные зависимости для коэффициента сопротивления бруса, среднего числа Нуссельта на боковой стороне, по всей поверхности тела. Показано, что использование пористых проницаемых тел в теплотехнических установках интенсифицирует теплообмен за счет развития контактной поверхности. Важно, что при этом снижается, по сравнению со сплошными телами, их гидродинамическое сопротивление.

Summary

No isothermal viscous incompressible fluid flow past a porous permeable balk of square cross section was investigated. The equations of the conservation of the momentum and energy are solved numerically using the finite volume method. The flow pattern, the dependence of the drag and the cylinder Nusselt number on the Reynolds number, Darcy was analyzed.

Keywords: porous permeable body, viscous fluid flow, drag coefficient, heat transfer.

Литература

1. Mahdi R.A., Mohammed H.A., Munisamy K.M. Improvement of Convection Heat Transfer by Using Porous Media and Nanofluid: Review // International Journal of Science and Research (IJSR) Vol. 2. N. 8. P. 34-47.
2. Давыдов Ю.М., Акжолов М.Ж. Исследование обтекания проницаемого тела по линейной динамической модели проницаемости методом крупных частиц // Математическое моделирование систем и процессов. 1999. № 7. С. 11-19.
3. Жуковский Н.Е. Просачивание воды через плотины. // Полное собр. соч. М., 1937. Т. 7. С. 325-363.
4. Христианович С.А. Движение грунтовых вод, не следующих закону Дарси // ПММ. 1940. Т. IV. Вып. 1. С. 33-52.
5. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. 2-е изд. М.: Наука, 1977. 664 с.
6. Рахматулин Х.А., Гувернюк С.В. О постановке задач обтекания проницаемых тел несжимаемой средой // Механика. Избранные труды: К 50-летию НИИ механики МГУ. Т. I. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2010. С. 253-281.
7. Ерошенко В.М., Зайчик Л.И. Гидродинамика и тепломассообмен на проницаемых поверхностях. М.: Наука, 1984. 273 с.
8. Стечкина И.Б. Сопротивление пористых цилиндров в потоке вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 6. С. 122-124.
9. Verma P.D., Vyas H.K. Flow past a porous spherical shell with variable permeability using matched asymptotic technique // Indian J. pure appl. Math. 1980. Vol. 11. N. 10. P. 1372-1380.

10. Yu P., Zeng Y., Lee T.S., Chen X.B., Low H.T. Steady flow around and through a permeable circular cylinder // Computers & Fluids. 2011. N. 42. P. 1-12.
11. Bhattacharyya S., Dhinakaran S., Khalili A. Fluid motion around and through a porous cylinder // Chemical Engineering Science. 2006. N. 61. P. 4451-4461.
12. Shahsavari S., Wardle B.L., McKinley G.H. Interception efficiency in two-dimensional flow past confined porous cylinders // Chemical Engineering Science. 2014. Vol. 116. P. 752-762. doi:10.1016/j.ces.2014.05.054.
13. Макаренко А.П., Воскобойник В.А. Снижение гидродинамических помех антенн с векторными приемниками // Акустический симпозиум «Консонанс-2007» Киев. 2007. С. 169-175.
14. Jue T. Numerical analysis of vortex shedding behind a porous square cylinder // Int J Numer Methods Heat Fluid Flow. 2004. Vol. 14. N. 5. P. 649-63.
15. Dhinakaran S., Ponmozhi J. Heat transfer from a permeable square cylinder to a flowing fluid // Energy Conversion and Management. 2011. N. 52. P. 2170-2182.
16. Rashidi S., Bovand M., Pop I., Valipour M.S. Numerical simulation of forced convective heat transfer past a square diamond-shaped porous cylinder // Transp porous med. 2014. N. 102. P. 207-225. DOI 10.1007/s11242-014-0272-0.
17. Ergun S. Fluid Flow through Packed Columns. Chem. Eng. Prog. 1952. Vol. 48. N. 2. P. 89-94.
18. Sharma A, Eswaran V. Heat and fluid flow across a square cylinder in the two-dimensional laminar flow regime // Numer. Heat Transfer Part A 2004. N. 45. P. 247-69.

Поступила в редакцию

12 февраля 2015 г.

Моренко Ирина Вениаминовна – канд. техн. наук, с.н.с. Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук (ИММ КазНЦ РАН). Тел: 8(843)236-52-89, 8(843)231-90-56. E-mail: morenko@imm.knc.ru.

Федяев Владимир Леонидович – д-р техн. наук, заведующий лабораторией МТП Института механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук (ИММ КазНЦ РАН); Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.Туполева (КНИТУ-КАИ). Тел: 8(917)3925466, 8(843)236-52-89, 8(843)231-90-56. E-mail: morenko@imm.knc.ru.